

Session 2021

PE2-21-G1

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Mardi 13 avril 2021

Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques

**Durée : 4 heures
Épreuve notée sur 40**

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.**

Ce sujet contient 10 pages, numérotées de 1 à 10. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

Dans tout ce problème, on s'intéresse à la société AMP'OUL, qui fabrique des ampoules à diodes électroluminescentes. Le fabricant propose trois modèles :

Modèle	Nombre de diodes	Dimensions	Coût de fabrication du support
A	9	Cylindre Diamètre 4,5 cm Hauteur 6 cm	93 centimes
B	25	Pavé droit Carré lumineux de 5 cm de côté Hauteur 6 cm	98 centimes
C	32	Cylindre Diamètre 5 cm Hauteur 6 cm	112 centimes

PARTIE A : Coût de fabrication

1. Le modèle A est formé de 9 diodes et de son support. Sachant que le coût d'une diode est de 18 centimes, montrer que le coût de fabrication d'une ampoule de modèle A est de 2,55 €.

2. Une feuille de calcul a été produite pour calculer les coûts de fabrication des ampoules :

	A	B	C	D	E	F
	Modèle	Nombre de diodes	Coût de fabrication du support (€)	Coût de fabrication du modèle (€)	Nombre de modèles produits	Coût total
1	A	9	0,93		19 000	
2	B	25	0,98		14 900	
3	C	32	1,12		3 094	

- Quelle formule peut-on écrire dans la cellule D2 puis étirer vers le bas, pour calculer le coût de fabrication d'une ampoule du modèle correspondant ?
 - Quelle formule peut-on écrire dans la cellule F2 puis étirer vers le bas pour obtenir le coût total de production des ampoules du modèle correspondant ?
3. Calculer le coût total de production pour fabriquer 19 000 ampoules de modèle A, 14 900 ampoules de modèle B et 3 094 ampoules de modèle C. On l'appellera la commande « DUPONT ».

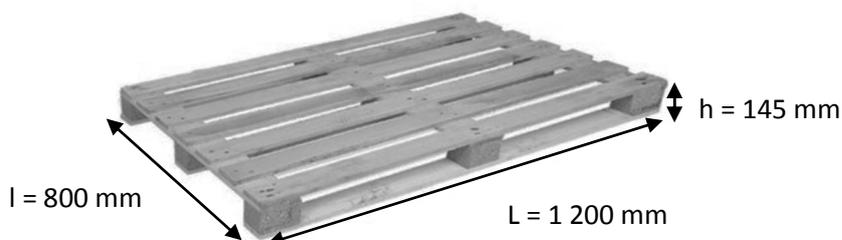
PARTIE B : Emballage

1. Calculer le volume d'une ampoule de modèle A. Donner le résultat arrondi au millimètre cube.

On rappelle que le volume d'un cylindre dont l'aire de la base est B et de hauteur h est égale à $B \times h$.

Les ampoules sont conditionnées dans des boîtes en carton parallélépipédiques, puis stockées sur des palettes. L'entreprise choisit, pour ses trois types d'ampoules, des boîtes parallélépipédiques de dimensions $L = 5 \text{ cm}$, $l = 5 \text{ cm}$ et $h = 7 \text{ cm}$, au prix unitaire de $0,12 \text{ €}$.

2. La palette EURO vide, possède des dimensions standards, soit $L = 1\,200 \text{ mm}$, $l = 800 \text{ mm}$ et $h = 145 \text{ mm}$.



- a. Montrer que le nombre maximum de boîtes d'ampoules sur un étage de palette est de 384.
 - b. Sachant que la hauteur d'une palette chargée ne dépassera pas $1,20 \text{ m}$ au total (palette comprise), combien d'étages de 384 boîtes d'ampoules peut-on positionner au maximum sur une telle palette ?
 - c. Une palette contient seulement un modèle d'ampoule et coûte 15 € . Quel sera le coût en palettes pour la commande « DUPONT » ?
3. Quel sera le coût total de l'emballage pour la commande « DUPONT » (boîtes + palettes) ?

PARTIE C : Coût de fonctionnement

L'entreprise AMP'OUL emploie treize personnes : 8 pour la chaîne de fabrication, 3 pour l'emballage et l'organisation des livraisons (dont les salaires sont identiques), 2 pour la comptabilité et la gestion (dont les salaires sont identiques).

Les salaires nets suivants, en euros, ont été reçus par les salariés en février 2020 :

Chaîne de fabrication			
1938,36	1488,11	1994,38	2048,37
2192,48	1998,93	1539,45	1948,37
Emballage et organisation des livraisons	1864,37	Comptabilité et gestion	1593,38

1. Quelle est l'étendue de cette série ?
2. Déterminer le salaire médian de cette entreprise.
3. Calculer le salaire moyen dans cette entreprise.
4. Le coût global d'un salarié en février 2020 est donné par la formule suivante pour cette entreprise :

$$\text{Coût global d'un salarié} = \frac{\text{salaire net}}{0,78} \times 1,45$$

Quel est le coût global en euros, pour un salarié de l'emballage et de l'organisation des livraisons ?

5. On souhaite augmenter de 3 % le salaire net de l'employé gagnant 1488,11 €.
- Quel est le salaire net de cet employé après augmentation ?
 - Calculer le coût global de ce salaire après augmentation.
 - De quel pourcentage le coût global a-t-il augmenté ?

PARTIE D : Transport et livraison

L'entreprise AMP'OUL travaille avec deux sociétés de livraison, qui lui proposent des tarifs adaptés à ses besoins.

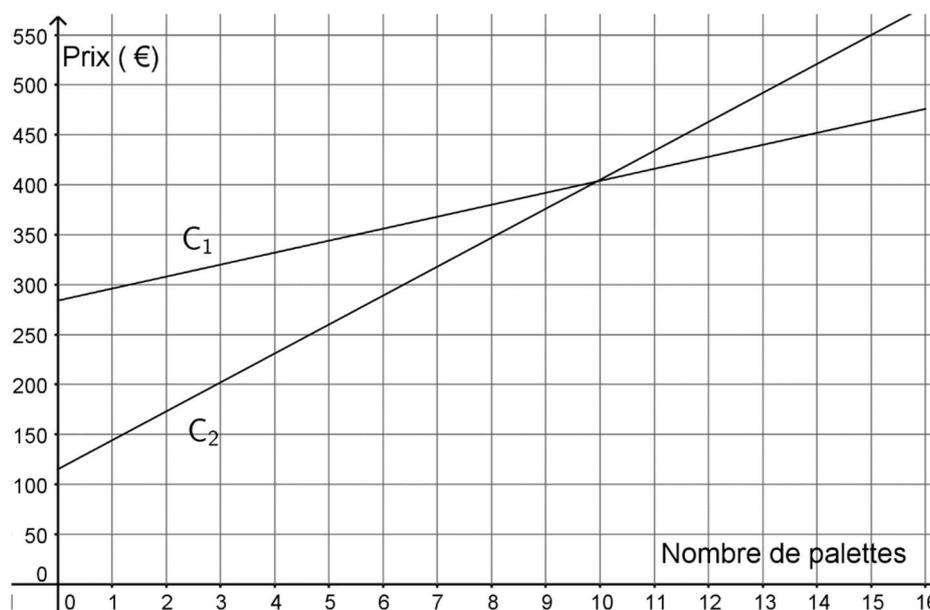
Société	Tarif par palette (€)	Frais de gestion (€)
Société A	12	284
Société B	29	115

On définit les fonctions f et g par les expressions algébriques suivantes :

- $f(x) = 12x + 284$
- $g(x) = 29x + 115$

Ainsi, si x désigne un nombre de palettes alors $f(x)$ et $g(x)$ désignent respectivement le prix à payer pour la livraison de ces x palettes par les sociétés A et B.

On a tracé les courbes correspondant à f et g dans le repère ci-dessous.



- Répondre, en vous aidant du graphique, aux questions suivantes :
 - Identifier la courbe qui correspond à chaque fonction.
 - Quelle société de livraison sera la plus économique pour une commande de 6 palettes ?
 - Pour une commande donnée, quelle société de livraison sera la plus économique en fonction du nombre de palettes ?
- Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. Utiliser cette résolution pour affiner la réponse à la question 1.c.

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de trois exercices indépendants.

EXERCICE 1

Rémi joue avec un dé truqué. Il sait qu'il a la même probabilité d'obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5. Il sait également que la probabilité d'obtenir 6 est de $\frac{1}{2}$.

Rémi lance le dé.

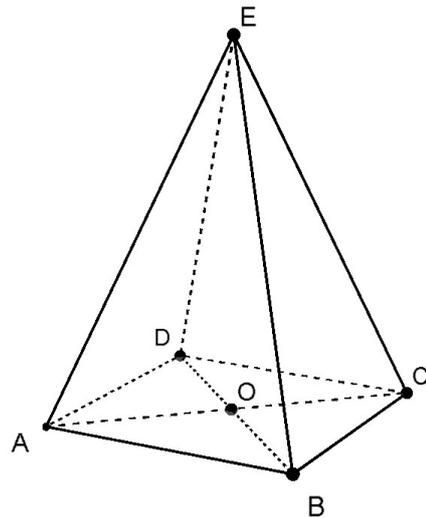
1. Quelle est la probabilité qu'il obtienne 3 ?
2. Quelle la probabilité d'obtenir un nombre pair ?
3. Rémi souhaite obtenir un résultat strictement supérieur à 4. A-t-il intérêt à utiliser son dé truqué ou un dé équilibré ? Justifier.
4. Rémi doit lancer son dé truqué et un dé équilibré. Le résultat obtenu sera la somme des résultats obtenus sur chaque dé.
 - a. Quelle est la probabilité qu'il obtienne 12 ?
 - b. Quelle est la probabilité qu'il obtienne 10 ?

EXERCICE 2

ABCDE est une pyramide régulière à base carrée ABCD telle que $EO = AC$, O étant l'intersection des deux diagonales du carré ABCD.

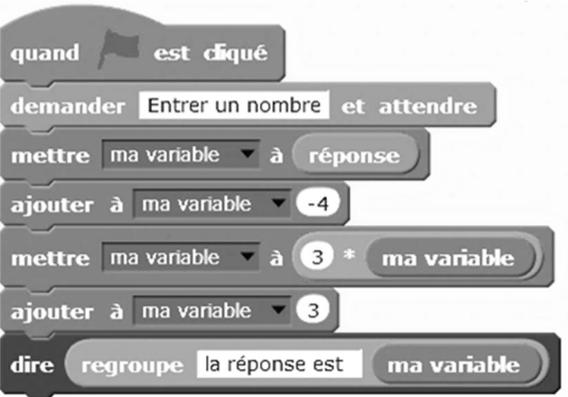
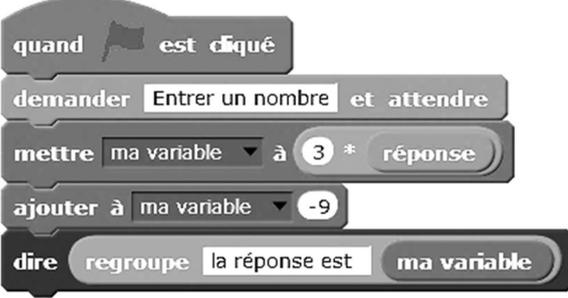
La longueur des côtés du carré ABCD est de 4 cm.

1. Déterminer la valeur exacte de EO.
2. Calculer la valeur exacte de la longueur AE. En déduire que son arrondi au millimètre est de 6,3 cm.
3. Tracer un patron de la pyramide ABCDE en vraie grandeur.



EXERCICE 3

Voici deux programmes de calcul écrits avec le logiciel Scratch :

PROGRAMME A	PROGRAMME B
	

Dans les deux programmes, le nombre entré par l'utilisateur est stocké dans la variable « réponse ».

1. On entre différents nombres dans les deux programmes.
 - a. Avec le programme A, montrer que si on entre le nombre 5, on obtient 6.
 - b. Quel est le nombre obtenu si on entre le nombre 5 avec le programme B ?
 - c. Calculer le nombre obtenu avec les programmes A et B si on entre le nombre 5,2.
 - d. Quelle conjecture pouvez-vous émettre ? Valider ou rejeter votre conjecture par une démonstration.
2. Quel nombre faut-il entrer avec le programme B pour obtenir la réponse 14 ?
3. Montrer que le résultat obtenu avec le programme B est divisible par 3 quel que soit le nombre entier entré dans le programme.

TROISIÈME PARTIE (14 points)

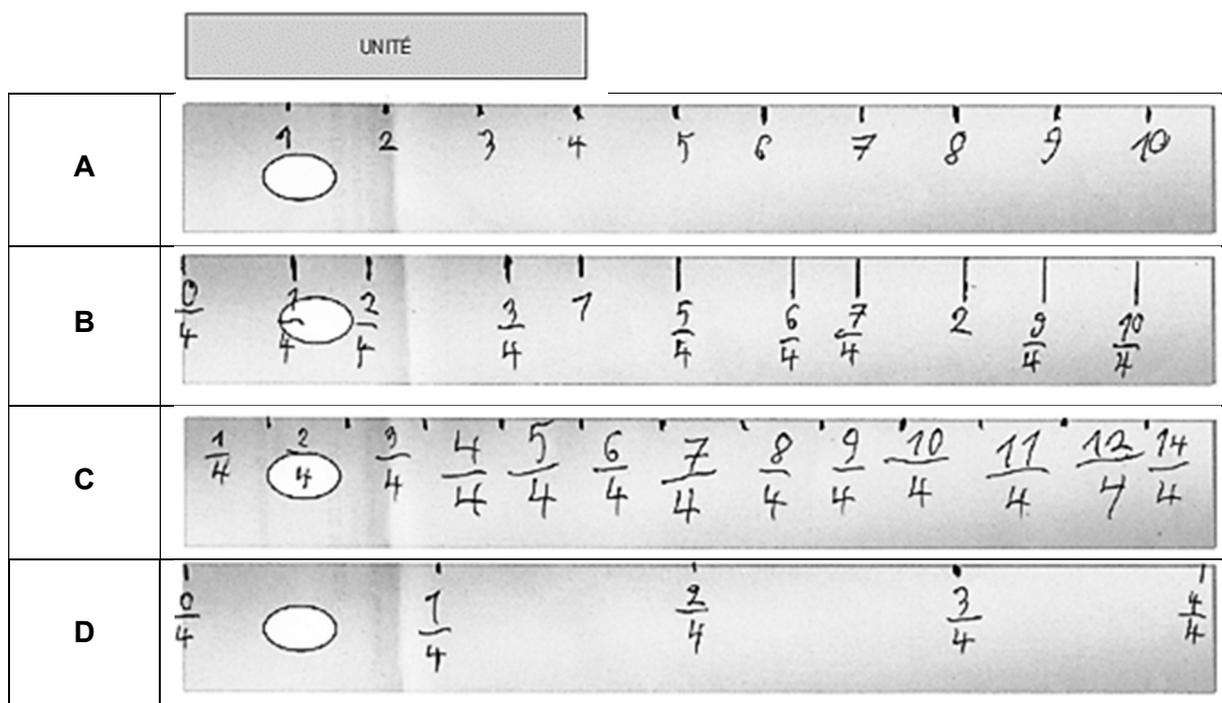
Cette partie est composée de quatre situations indépendantes.

SITUATION 1

Un enseignant propose, en cycle 3, une activité consistant à fabriquer une règle graduée en quarts d'unité à partir d'une bande unité.

Chaque élève reçoit une bande unité manipulable et une bande vierge, tirées du livre *Construire les nouveaux nombres au cycle 3* CANOPÉ/IREM LYON, 2018.

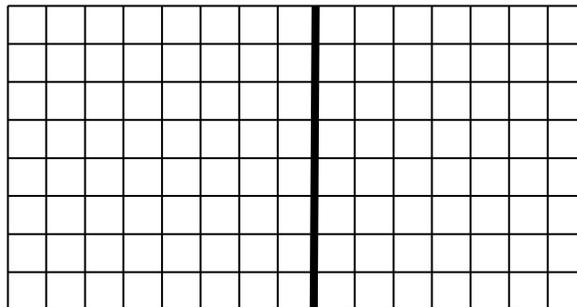
Voici les réponses de quatre élèves.



1. Analyser les réponses proposées par les élèves en cherchant à expliciter leurs réussites et leurs erreurs.
2. Citer deux critères qui peuvent être présentés aux élèves pour construire correctement une règle graduée en quarts à l'aide de la bande unité.

SITUATION 2

Un enseignant distribue la fiche ci-contre à chacun de ses élèves de CM2.



Puis, il leur distribue l'exercice suivant :

Reproduis et complète la figure par symétrie.

1. Citer deux prérequis nécessaires pour réaliser cet exercice.
2. Identifier une variable didactique dans le choix de la forme proposée (le « bateau ») par l'enseignant.
3. On a reproduit, ci-dessous, les travaux de plusieurs élèves. Analyser ces productions en identifiant les réussites et en émettant des hypothèses sur les erreurs.

<p>Farid</p>	<p>Lise</p>
<p>Louanne</p>	<p>Baptiste</p>

SITUATION 3

Une enseignante propose la situation suivante en cycle 2 :

« Pour le carnaval, la directrice d'école a acheté 71 masques. Il y a 42 masques de souris, 18 masques de chats et des masques de chiens. Combien y a-t-il de masques de chiens ? »

Les productions de 4 élèves sont reproduites ci-dessous.

<p style="text-align: center;">Elève A</p> <p>$42 + 18 = 60$</p> <p> </p> <p>① 11</p> <p>42</p> <p>+ 18</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>60</p> <p>Il y a que 11 masques de chiens.</p>	<p style="text-align: center;">Elève B</p> <p>71 masques</p> <p>42</p> <p>60</p> <p>18</p> <p>13</p> <p>j'ai fait $42 + 18 + 11 = 71$</p>
<p style="text-align: center;">Elève C</p> <p>codé</p> <p>71</p> <p>+ 42</p> <p>+ 18</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>111</p> <p>$71 + 42 + 18 = 111$</p> <p>J'ai fait $71 + 42 + 18$ j'ai eu 111.</p>	<p style="text-align: center;">Elève D</p> <p>42 + 18 = 60</p> <p>60 + 11 = 71</p> <p>$42 + 18 + 11 = 71$</p> <p>Il y a 11 masques de chiens.</p>

1. En s'appuyant sur l'extrait de la note de service proposé ci-dessous, analyser les propositions d'élèves en termes de réussites et d'échecs pour chacune des compétences « modéliser » et « calculer ».

Extrait de la note de service n° 2018-052 du 25-4-2018 « La résolution de problèmes à l'école élémentaire ».

« Modéliser » et « Calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :

- difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;
- difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calculs utilisés.

2. Voici un autre extrait de la note de service n° 2018-052 du 25-4-2018 « La résolution de problèmes à l'école élémentaire ». Proposer une représentation que l'on peut envisager pour aider les élèves à modéliser ce problème.

« La formalisation de ces exemples-types doit être l'occasion **d'introduire des représentations**, sous forme de schémas bien adaptés, permettant **la modélisation** des problèmes proposés. Ces représentations sont systématiquement utilisées lors des résolutions de problèmes menées face à la classe, afin de servir de référence aux élèves. Elles ne sont bien sûr jamais rendues obligatoires (en particulier pour les élèves en réussite qui n'en ont pas besoin), mais doivent servir de point d'appui, lors des séances d'enseignement, avec les élèves rencontrant des difficultés lors de la résolution d'un problème. »

3. En proposant le second problème ci-dessous, quelles erreurs risqueraient de ne pas être détectées ?
 « Pour le carnaval, la directrice d'école a acheté 42 masques de souris et 18 masques de chiens. Combien la directrice achète-t-elle de masques au total ? »
4. Proposer deux pistes de remédiation qui pourraient être mises en œuvre pour l'élève C. Expliciter la démarche envisagée.

SITUATION 4

Voici une situation proposée en moyenne section : le train des lapins.

Consigne donnée aux élèves :

Regardez bien où est placé le lapin dans le « train modèle » situé sur le tableau.

Vous allez devoir placer un lapin dans le même wagon sur votre train.

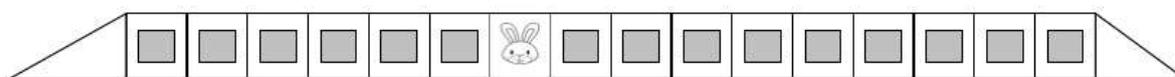
Vous pouvez revenir voir le « train modèle » si vous le voulez.

Ensuite on vérifiera votre réponse en amenant votre train sous le « train modèle ».

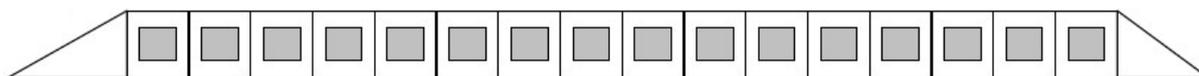
Matériel disponible :

- Train « modèle » affiché au tableau

Un lapin par train



- Train vierge donné à chaque élève



- Lapins à découper



1. Quel aspect du nombre est travaillé dans cet exercice ?
2. Donner deux prérequis pour qu'un élève puisse réussir la tâche.
3. Proposer deux variations pour simplifier cette situation.
4. Proposer deux variations pour complexifier cette situation.