MINISTÈRES
ÉDUCATION
JEUNESSE
SPORTS
ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR
RECHERCHE

Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale des ressources humaines

RAPPORT DU JURY

SESSION 2025

Concours : Troisième concours du CAPES et du CAFEP-CAPES

Section : Mathématiques

Rapport de jury présenté par : Armelle POUTREL, Inspectrice générale de l'éducation, du sport et de la recherche, Présidente du jury.

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche :

http://www.devenirenseignant.gouv.fr

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

http://capes-math.org/

L'épreuve écrite de cette session s'est tenue le 24 mars 2025.

Les épreuves orales se sont déroulées du 3 au 6 juin 2025, dans les locaux du lycée Frédéric Chopin à Nancy.

Le jury tient une nouvelle fois à remercier l'équipe de direction et l'ensemble des personnels du lycée Chopin pour la qualité de leur accueil. Il convient également de saluer le travail des informaticiens et des appariteurs, dont l'engagement contribue largement au bon déroulement des épreuves, ainsi que l'accompagnement efficace de la division des examens et concours du rectorat de Nancy-Metz.

Table des matières

1. Présentation du concours

1.1 Définition des épreuves

Les concours de recrutement de professeurs certifiés sont régis par l’arrêté du 25 janvier 2021 (MENH2033181A).

A. - Épreuve d'admissibilité

L'épreuve permet d'apprécier la connaissance des notions du programme et l'aptitude à les mobiliser pour résoudre des problèmes. Elle sollicite également les capacités de raisonnement, de démonstration et d'expression écrite du candidat.
Le sujet est constitué d'un ou plusieurs problèmes.

Durée : cinq heures.
L'épreuve est notée sur 20.
Coefficient 4.
Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.

B. - Épreuves d'admission

1° Épreuve de leçon

L'épreuve a pour objet la conception et l'animation d'une séance d'enseignement.
Elle permet d'évaluer la maîtrise mathématique, les compétences didactiques et pédagogiques du candidat et la pertinence de l'utilisation des supports (outils numériques, manuels, tableau).
Le candidat tire au sort deux sujets comportant chacun l'intitulé d'une leçon. Il choisit l'une d'entre-elles.
Pendant vingt minutes maximum, il expose un plan d'étude hiérarchisé et détaillé de la leçon. Il est attendu du candidat un recul correspondant au niveau master.
L'exposé est suivi, pendant dix minutes maximum, du développement par le candidat d'une partie de ce plan, puis d'un entretien de trente minutes maximum avec le jury.
Le développement a pour objet l'exposé par le candidat d'un élément significatif de son plan, choisi par le jury.
L'entretien avec le jury permet au candidat de justifier la cohérence du plan, de préciser certains aspects du développement et de mettre en valeur sa culture relative à la leçon traitée.
Pendant la préparation de l'épreuve et lors de l'interrogation, le candidat peut utiliser le matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès à la bibliothèque numérique du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.

Durée de préparation : 2 heures et 30 minutes.
Durée de l’épreuve : 1 heure.
Coefficient 5.
L’épreuve est notée sur 20. La note 0 est éliminatoire.

2° Épreuve d'entretien

L'épreuve d'entretien avec le jury porte sur la motivation du candidat et son aptitude à se projeter dans le métier de professeur au sein du service public de l'éducation.

L'entretien comporte une première partie d'une durée de quinze minutes débutant par une présentation, d'une durée de cinq minutes maximum, par le candidat des éléments de son parcours et des expériences qui l'ont conduit à se présenter au concours en valorisant notamment ses travaux de recherche, les enseignements suivis, les stages, l'engagement associatif ou les périodes de formation à l'étranger. Cette présentation donne lieu à un échange avec le jury.
La deuxième partie de l'épreuve, d'une durée de vingt minutes, doit permettre au jury, au travers de deux mises en situation professionnelle, l'une d'enseignement, la seconde en lien avec la vie scolaire, d'apprécier l'aptitude du candidat à :

- s'approprier les valeurs de la République, dont la laïcité, et les exigences du service public (droits et obligations du fonctionnaire dont la neutralité, lutte contre les discriminations et stéréotypes, promotion de l'égalité, notamment entre les filles et les garçons, etc.) ;
- faire connaître et faire partager ces valeurs et exigences.

Le candidat admissible transmet préalablement une fiche individuelle de renseignement établie sur le modèle figurant à l'annexe VI du présent arrêté.

Pas de temps de préparation.
Durée de l'épreuve : 35 minutes
Coefficient 3.
L'épreuve est notée sur 20. La note 0 est éliminatoire.

1.2 Programme du concours

Le programme des épreuves est constitué des programmes du collège et du lycée général et technologique en vigueur, auxquels s'ajoute, pour l'épreuve d'admissibilité, un programme spécifique publié pour chaque session sur le site internet du ministère chargé de l'éducation nationale.

1.3 Composition du jury

Le jury du troisième concours du CAPES et du CAFEP section Mathématiques pour la session 2025 a été nommé par un arrêté du ministre de l'Education nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche en date du 27 février 2025.
Ce jury était constitué de 55 personnes (26 femmes et 29 hommes).

2. Quelques statistiques

2.1 Historique

Troisième concours CAPES	Postes	Présents	Admissibles	Admis
2008	22	75	26	11
2009	22	79	24	9
2010	22	89	30	11
2011	23	108	47	21
2012	30	130	61	30
2013	40	155	84	39
2014 exceptionnelle	42	201	53	35
2014	45	181	98	45
2015	65	221	133	65 (LC : 16)
2016	100	297	195	100 (LC : 23)
2017	137	368	248	137 (LC : 5)
2018	145	432	223	136
2019	160	431	225	127
2020	157	348	-	127
2021	149	343	250	141
2022	179	201	134	74
2023	174	234	144	77
2024	174	225	151	80
2025	140	214	133	66

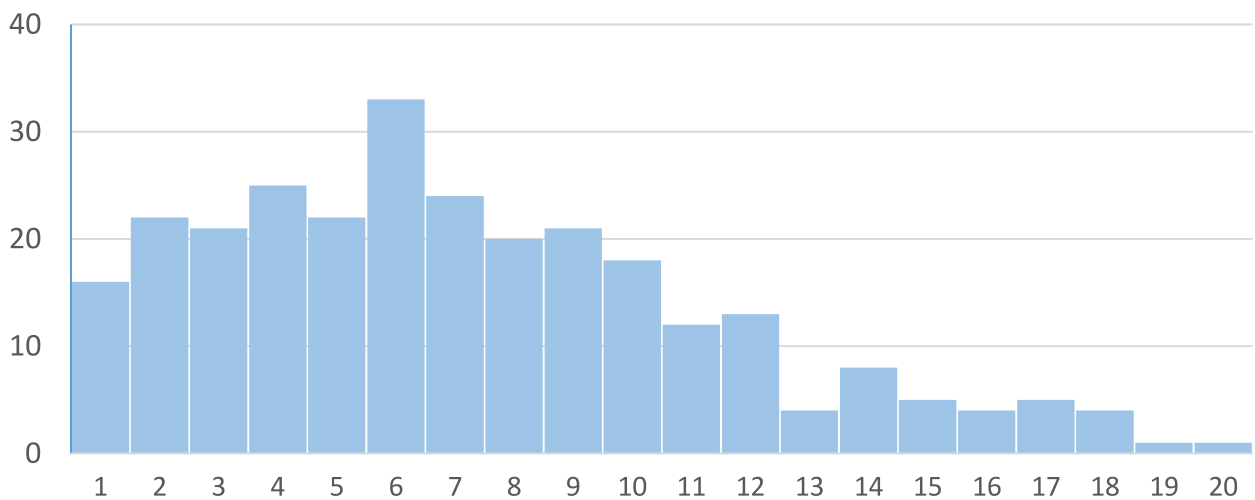
Troisième concours CAFEP	Postes	Présents	Admissibles	Admis
2008	5	18	6	2
2009	3	33	8	3
2010	10	29	7	3
2011	2	28	8	2
2012	3	29	13	3
2013	5	28	13	5
2014 exceptionnelle	4	47	13	4
2014	5	57	16	5 (LC : 1)
2015	6	47	18	6 (LC : 1)
2016	6	65	13	6 (LC : 2)
2017	7	50	15	7
2018	7	82	14	7
2019	7	82	15	7
2020	10	65	-	10 (LC : 1)
2021	10	68	34	10
2022	10	43	29	10 (LC : 1)
2023	10	57	35	10 (LC : 2)
2024	12	50	34	12 (LC :2)
2025	12	67	40	12 (LC : 3)

2.2 Répartition des notes : épreuve d'admissibilité

281 candidats se sont présentés à l'épreuve d'admissibilité : 214 pour le CAPES, 67 pour le CAFEP. Parmi eux, 106 ont été éliminés pour avoir obtenu une note inférieure ou égale à 5, de sorte que le jury a prononcé l'admissibilité de 133 candidats au CAPES (note du dernier admissible : 5,05) et 40 au CAFEP (note du dernier admissible : 5,02).

Épreuve écrite

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
6,74	4,26	3,46	6,03	9,4



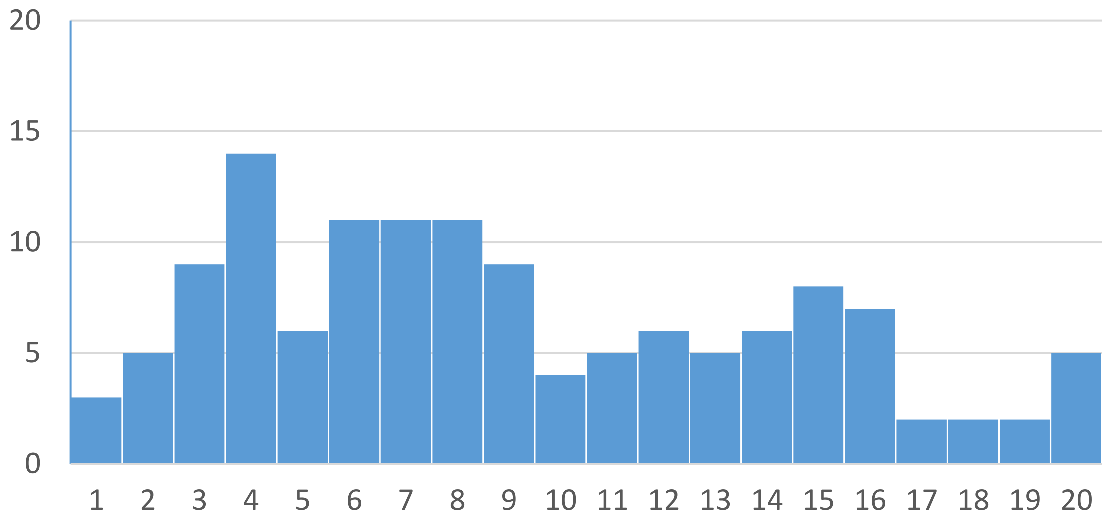
2.3 Répartition des notes : épreuves d'admission

42 des 173 candidats admissibles ne se sont pas présentés aux épreuves orales.

Pour le CAPES, le jury a fixé la barre d'admission à 96,08 sur 240, ce qui a permis de pourvoir 66 postes sur les 140 proposés. Les 12 postes du CAFEP ont été pourvus (total du dernier admis : 112,88) et trois candidats ayant un total supérieur ou égal à 100,20 ont été inscrits sur une liste complémentaire.

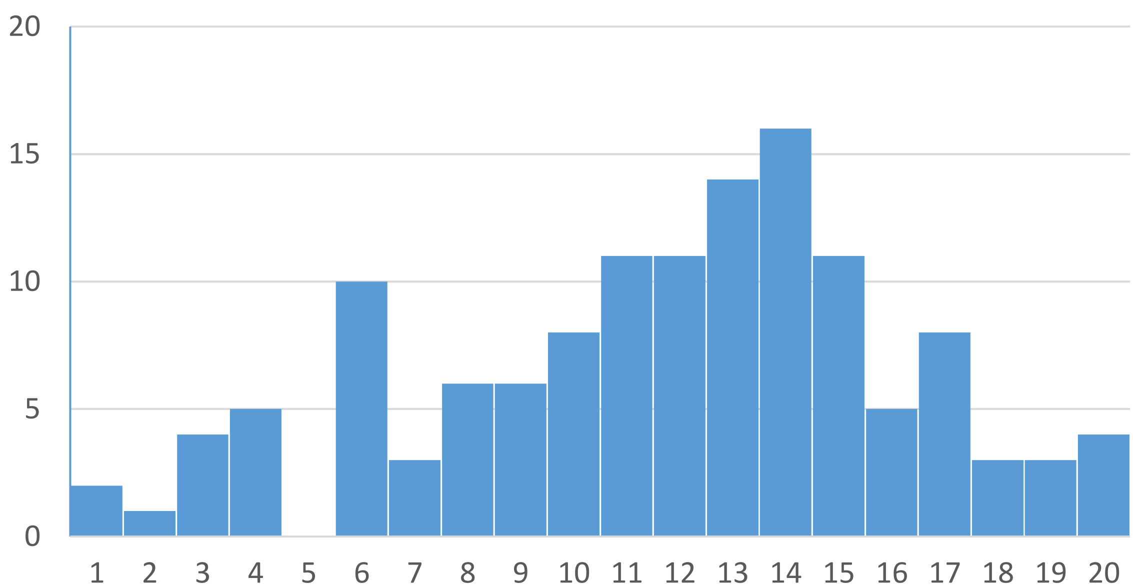
Épreuve de leçon (sur 20)

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,11	5,1	5	8	13



Épreuve d’entretien (sur 20)

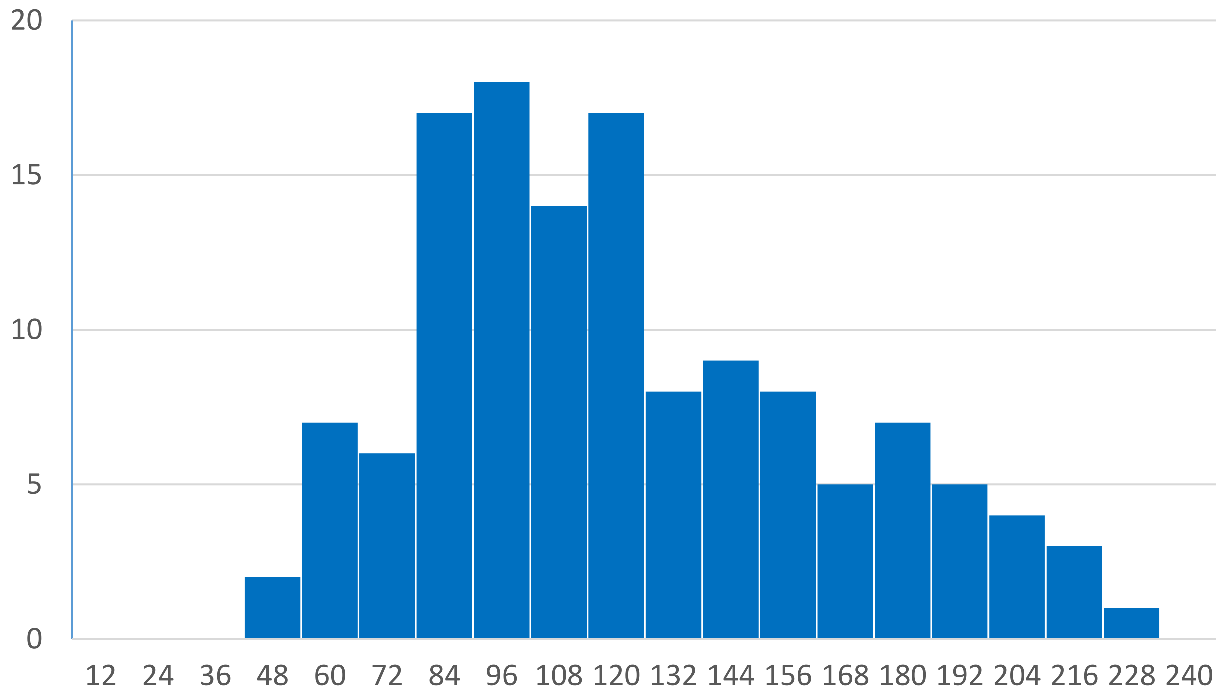
Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
11,67	4,44	9	12	14,65



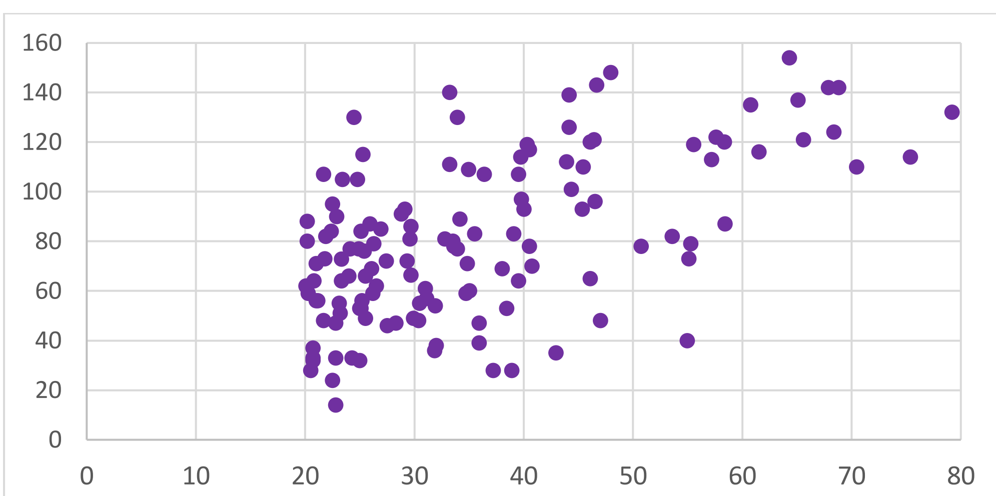
2.4 Répartition des notes : total

Note totale (écrit et oral) sur 240

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
116,41	42,02	85	109,12	144,1



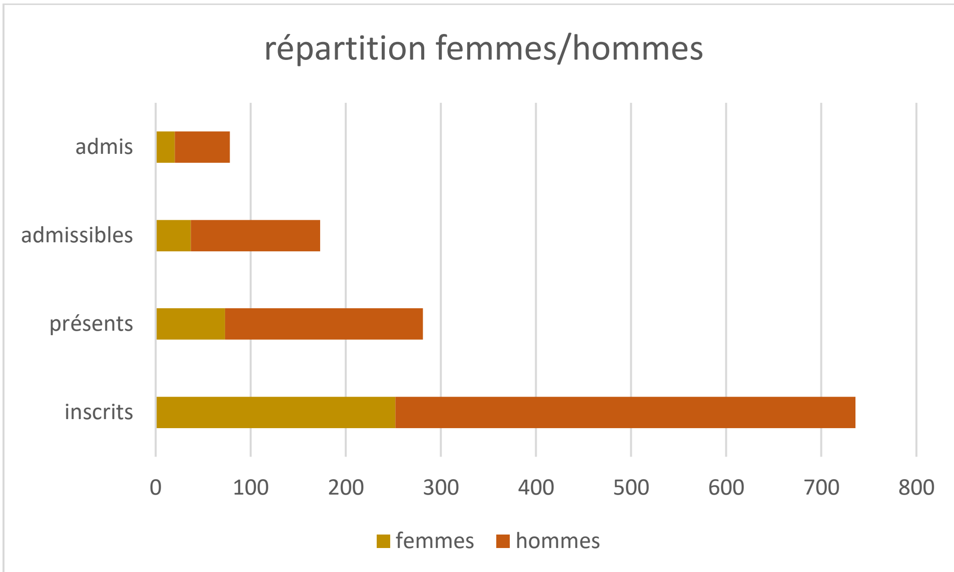
Sur le nuage de points suivant, les notes à l'épreuve d'admissibilité (sur 80) se trouvent en abscisse et les notes aux épreuves d'admission (sur 160) en ordonnée.

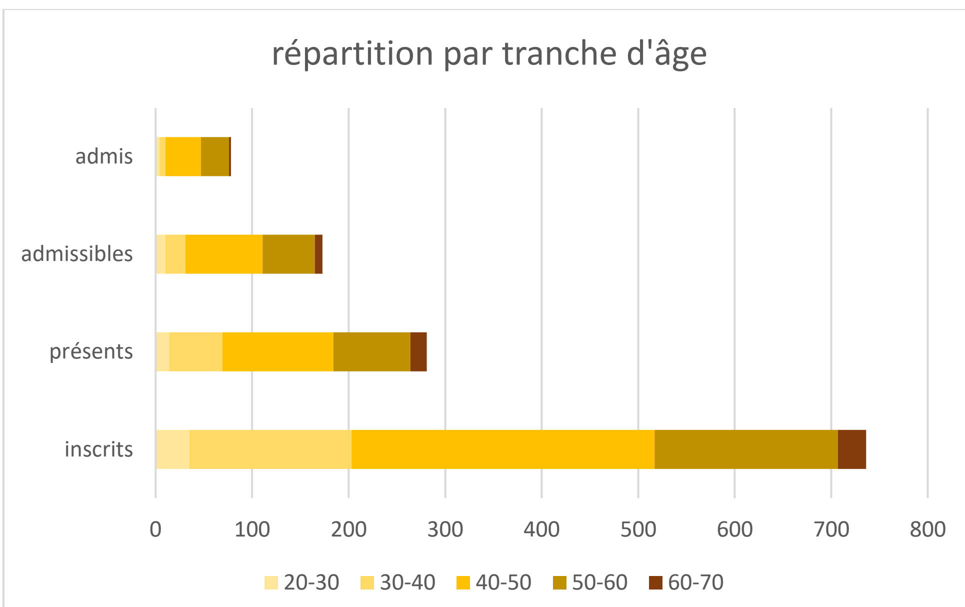


Le coefficient de corrélation entre l'écrit et l'oral est 0,58.

2.5 Autres données

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et CAFEP réunis. Elles ont été établies à partir des renseignements fournis par les candidats au moment de leur inscription.





	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Âge du plus âgé	68	68	68	61
Âge du plus jeune	21	24	24	27
Âge moyen	45	46	46	47

ACADÉMIE	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AIX MARSEILLE	30	4,1%	14	5,0%	8	4,6%	2	2,6%
AMIENS	15	2,0%	4	1,4%	2	1,2%	2	2,6%
BESANCON	10	1,4%	3	1,1%	2	1,2%	0	0,0%
BORDEAUX	35	4,8%	13	4,6%	8	4,6%	2	2,6%
CLERMONT-FERRAND	10	1,4%	3	1,1%	1	0,6%	1	1,3%
CORSE	3	0,4%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
DIJON	14	1,9%	3	1,1%	3	1,7%	0	0,0%
GRENOBLE	28	3,8%	15	5,3%	9	5,2%	3	3,8%
GUADELOUPE	9	1,2%	1	0,4%	0	0,0%	0	0,0%
GUYANE	2	0,3%	1	0,4%	0	0,0%	0	0,0%
LA RÉUNION	21	2,9%	8	2,8%	2	1,2%	1	1,3%
LILLE	49	6,7%	22	7,8%	15	8,7%	9	11,5%
LIMOGES	7	1,0%	3	1,1%	2	1,2%	0	0,0%
LYON	41	5,6%	12	4,3%	7	4,0%	3	3,8%
MARTINIQUE	7	1,0%	3	1,1%	2	1,2%	2	2,6%
MAYOTTE	3	0,4%	3	1,1%	2	1,2%	1	1,3%
MONTPELLIER	30	4,1%	12	4,3%	7	4,0%	2	2,6%
NANCY-METZ	20	2,7%	8	2,8%	6	3,5%	3	3,8%
NANTES	28	3,8%	11	3,9%	6	3,5%	4	5,1%
NICE	17	2,3%	8	2,8%	3	1,7%	2	2,6%
NORMANDIE	23	3,1%	7	2,5%	6	3,5%	2	2,6%
NOUVELLE CALÉDONIE	3	0,4%	1	0,4%	0	0,0%	0	0,0%
ORLÉANS-TOURS	23	3,1%	7	2,5%	5	2,9%	2	2,6%
POITIERS	17	2,3%	6	2,1%	4	2,3%	3	3,8%
POLYNÉSIE FRANCAISE	4	0,5%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
REIMS	3	0,4%	1	0,4%	1	0,6%	0	0,0%
RENNES	24	3,3%	6	2,1%	5	2,9%	1	1,3%
STRASBOURG	18	2,4%	10	3,6%	7	4,0%	2	2,6%
TOULOUSE	31	4,2%	13	4,6%	10	5,8%	6	7,7%
SIEC (CRETEIL, PARIS, VERSAILLES)	209	28,4%	83	29,5%	50	28,9%	25	32,1%
étranger	2	0,3%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
TOTAL	736		281		173		78	

3. Énoncés

3.1 Sujet de l'épreuve écrite

Le sujet de l'épreuve écrite est disponible sur le site devenirenseignant et sur le site du jury.

3.2 Sujets de l'épreuve de leçon

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège et du lycée général et technologique. Il est attendu du candidat un exposé faisant une synthèse sur le sujet choisi, sous la forme d'un plan d'étude hiérarchisé et détaillé, qui doit comprendre des exemples et des applications permettant d'illustrer ce sujet.

01. Exemples de dénombrements dans différentes situations.
02. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
03. Variables aléatoires discrètes.
04. Variables aléatoires réelles à densité.
05. Statistique à une ou deux variables, représentation et analyse de données.
06. Multiples et diviseurs dans $\mathbb{N}$, nombres premiers.
07. PGCD dans $\mathbb{Z}$.
08. Congruences dans $\mathbb{Z}$.
09. Différentes écritures d'un nombre complexe.
10. Utilisation des nombres complexes en géométrie.
11. Trigonométrie.
12. Repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère.
13. Droites et plans dans l'espace.
14. Transformations du plan. Frises et pavages.
15. Relations métriques et angulaires dans le triangle.
16. Solides de l'espace : représentations et calculs de volumes.
17. Périmètres, aires, volumes.
18. Exemples de résolution de problèmes de géométrie plane à l'aide des vecteurs.
19. Produit scalaire dans le plan.
20. Applications de la notion de proportionnalité à la géométrie.
21. Problèmes de constructions géométriques.
22. Exemples de problèmes d'alignement, de parallélisme.
23. Exemples de problèmes d'intersection en géométrie.
24. Pourcentages et taux d'évolution.
25. Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations.
26. Problèmes conduisant à une modélisation par des graphes, par des matrices.
27. Fonctions polynômes du second degré. Équations et inéquations du second degré.
28. Suites numériques. Limites.
29. Suites définies par récurrence $u_{n+1}=f(u_n)$.
30. Détermination de limites de fonctions réelles de variable réelle.
31. Théorème des valeurs intermédiaires.
32. Nombre dérivé. Fonction dérivée.
33. Fonctions exponentielles.

34. Fonctions logarithmes.
35. Fonctions convexes.
36. Primitives, équations différentielles.
37. Intégrales, primitives.
38. Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes, méthodes approchées).
39. Exemples de résolution d'équations (méthodes exactes, méthodes approchées).
40. Exemples de modèles d'évolution.
41. Problèmes dont la résolution fait intervenir un algorithme.
42. Différents types de raisonnement en mathématiques.
43. Exemples d'approche historique de notions mathématiques enseignées au collège, au lycée.
44. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.

4. Analyse et commentaires

4.1 Épreuve écrite

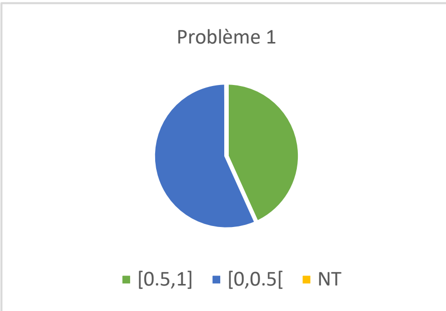
Cette épreuve étant identique à la première épreuve écrite du CAPES, les commentaires qui suivent reprennent ceux figurant pour celle-ci dans le rapport du jury du CAPES.

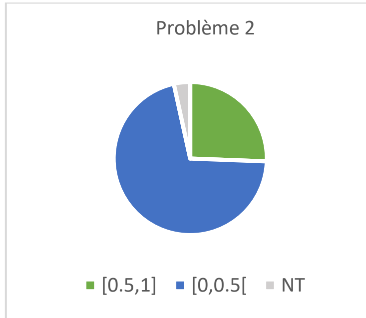
Le sujet de la première épreuve écrite est constitué de trois problèmes indépendants.

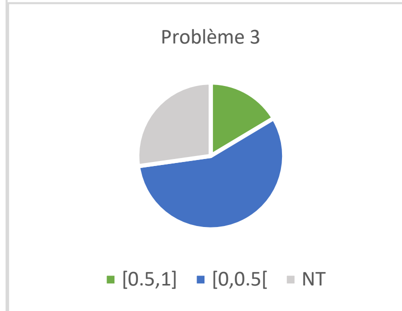
Le premier problème est un questionnaire de type Vrai – Faux avec *réponses argumentées*, abordant successivement six thématiques au programme du concours (*Calcul dans l'ensemble des réels, Arithmétique, Analyse réelle, Géométrie, Algèbre linéaire, Dénombrement-Probabilités*).
Le deuxième problème a pour objet une étude de la notion d'approximation affine d'une fonction, en un point. Le concept de meilleure approximation y est privilégié.
Le troisième problème traite du nombre de dérangements et fait donc appel à des connaissances ayant trait à la combinatoire.
Le jury note une réelle prise de conscience de l'importance de la qualité de la rédaction. Cependant, un nombre de candidats trop important rend une copie raturée, mal écrite et difficile à lire. La copie rendue doit être rédigée avec soin et sans fautes d'orthographe, être aérée et agréable à lire.
En ce qui concerne la rédaction, le jury s'attend à une maitrise du langage mathématique, avec en particulier, des quantificateurs bien positionnés. La maîtrise des éléments de langage est un indicateur de la compréhension des objets mathématiques eux-mêmes.
Par ailleurs les phrases du type « on voit que » ou « il est trivial » doivent s'utiliser avec parcimonie et de manière adéquate. L'utilisation des raccourcis IPP ou TVI ou encore TFA est à proscrire. Les conditions d'application de tout théorème doivent être vérifiées.
L'utilisation rigoureuse du vocabulaire est bonifiée : confondre une fonction et sa courbe représentative ou utiliser la notation «limite» sans s'être assuré de son existence est pénalisé.

Les mathématiques nécessitent des preuves et des démonstrations qui s'appuient sur des types de raisonnements : il s'agit donc qu'implication, raisonnements par contraposé ou par l'absurde soient maitrisés.
Le jury note que certains candidats optent pour des raisonnements inhabituels, agréables à lire, qui le conforte dans les capacités d'adaptation et de réflexion de ces candidats.

Pour pouvoir comparer les résultats des candidats sur les trois problèmes nous avons ramené à 1 leurs notes respectives. On obtient le graphique ci-après, qui donne le pourcentage de réussite des trois problèmes.







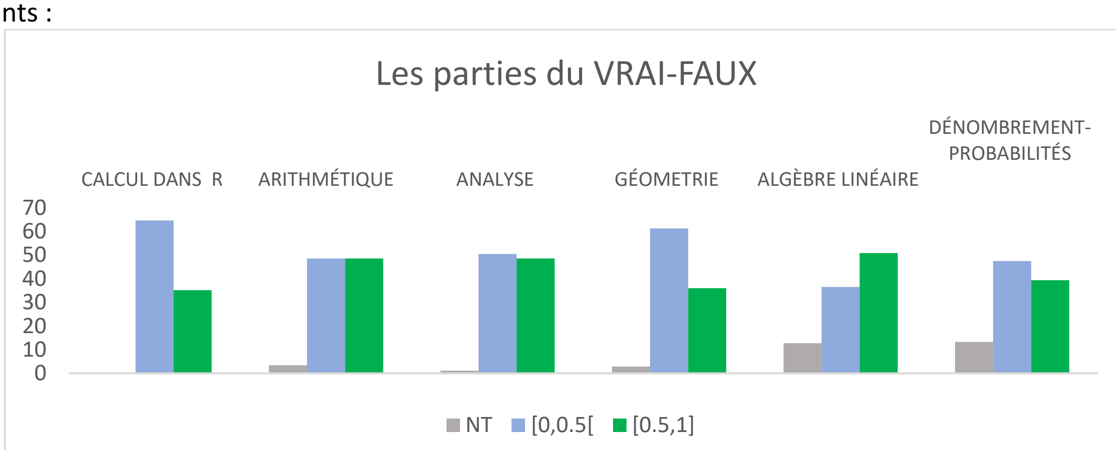
Nous pouvons alors remarquer que le problème 1 a toujours été abordé. Rappelons aux candidats que les problèmes sont en général indépendants et qu'il n'est pas obligatoire de les traiter dans l'ordre de leur numérotation.

PROBLEME 1 (vrai-faux)

Le problème vise à évaluer à la fois les connaissances des candidats sur des notions élémentaires et leur capacité à rédiger un argumentaire convaincant. Il s'agit de répondre et d'argumenter chaque réponse ; dans le cas contraire, aucun point n'est attribué à la question.

Le jury s'étonne de voir des candidats en difficulté pour répondre à des questions simples et réussir des questions a priori plus compliquées. Cela témoigne sans doute du sérieux des candidats dans leurs apprentissages, mais d'un manque de recul et de compréhension en profondeur des notions manipulées.

En ramenant les notes de chacune des parties du problème à 1 on obtient les pourcentages de réussite suivants :



Calculs dans R

Au moins une question, parmi les quatre proposées dans cette partie, a été traitée par chacun des candidats.

Le jury attire l'attention sur le fait que la négation d'une implication n'est pas une implication et que l'implication est au cœur des raisonnements mathématiques (question 3).

Au sujet de la question 4, la résolution des équations trigonométriques semble être un point délicat et la notion de fonction réciproque est mal utilisée. Il convient de rappeler ici que la fonction arccosinus n'est pas la réciproque de la fonction cosinus sur l'ensemble des réels.

Arithmétique

La propriété d'injectivité d'une application d'un ensemble vers un autre, n'intervient pas uniquement en algèbre linéaire comme semble le penser un bon nombre de candidat et n'est pas à confondre avec celle de surjectivité. Par ailleurs, il s'agit d'utiliser les concepts dans le cadre où ils sont bien définis : par exemple on ne peut pas dériver une fonction à variable réelle dans l'ensemble des entiers naturels.

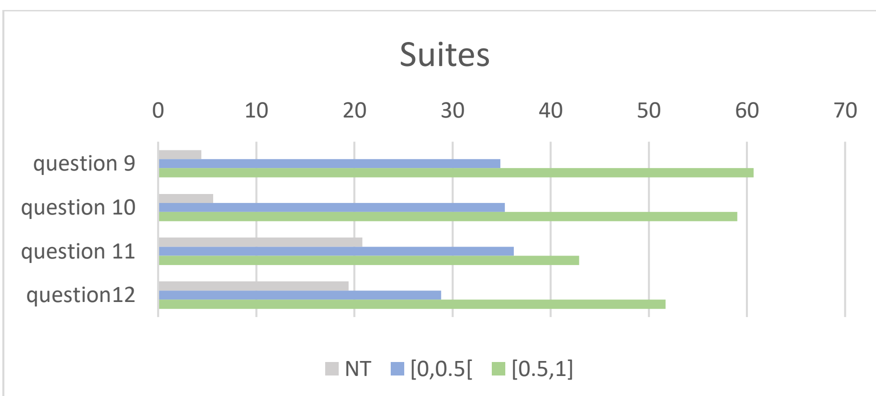
Le lien entre congruence et divisibilité semble être maitrisé par les candidats et la notion de contre-exemple utilisée à bon escient. Si la démonstration par récurrence est souvent bien menée sur les deux premières étapes, il s'agit de ne pas oublier la troisième qui est de conclure.

Analyse

Pour cette partie, nous proposons une étude plus quantitative en détaillant les résultats des candidats sur les deux thèmes principaux : suites et intégration.

Pour les questions excluant ces deux thèmes, le jury note encore trop de confusions entre une fonction et ses valeurs (f et f(x)), ou des énoncés de propriétés classiques faux (toute fonction continue est dérivable).

En ramenant les notes de chacune des questions portant sur *les suites* (dont les énoncés sont rappelés sous le graphique ci-après) à 1, on obtient les pourcentages de réussite suivants :



9. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = -3$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = -4\, u_n$.
La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers $+\infty$.

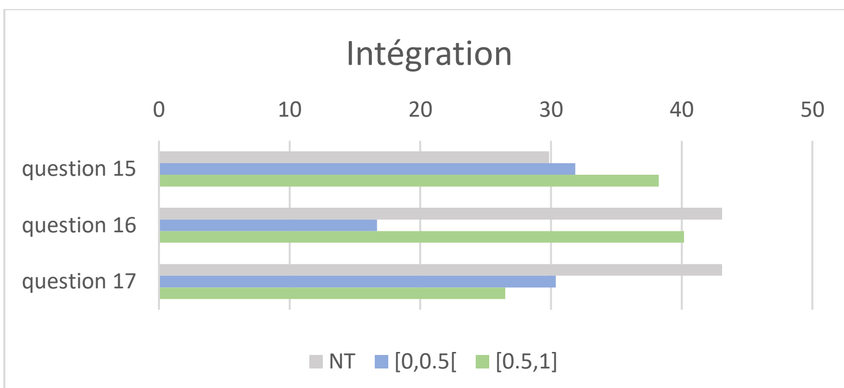
10. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$.
La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ n'admet pas de limite.

11. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombres réels admettant une limite finie strictement positive.
La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est positive à partir d'un certain rang.

12. Soit f une fonction définie et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$, à valeurs dans $\mathbb{R}$.
Soit u_0 un réel et soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite de premier terme u_0 et telle que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.
La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement décroissante.

Les questions sont globalement réussies et l'analyse des réponses permet de comprendre que les fragilités présentes le sont sur le sens même de la notion de limite : même si la définition est écrite tout à fait correctement (question 11) et que des contre-exemples sont bien trouvés (question 12), certains candidats pensent qu'une suite alternée ne peut pas avoir une limite finie (question 10). Certaines copies contiennent également des maladresses qui dénotent un manque de rigueur préjudiciable.

En ramenant les notes de chacune des questions portant sur l'*intégration* (dont les énoncés sont rappelés sous le graphique ci-après) à 1, on obtient les pourcentages de réussite suivants :



15. Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = \int_0^x e^{-t}\,dt$.
La fonction f est bornée sur $[0\,;+\infty[$.

16. Soit (I_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x}\,dx$.
La suite (I_n) est croissante.

17. Soit (I_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $I_n = \int_1^{e} t\big(\ln(t)\big)^n\,dt$.
Pour tout entier naturel n non nul, $I_{n+1} = \frac{1}{2}(e^2 + (n+1)I_n)$.

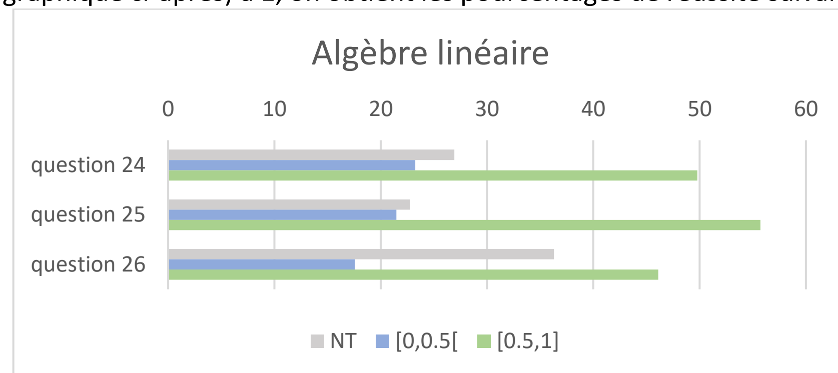
La manipulation des intégrales par les candidats dénote un manque de rigueur de ces derniers : l'existence des intégrales manipulées se doit d'être vérifiée et les propriétés calculatoires utilisées à bon escient avec leurs conditions d'application justifiées.
Une forte proportion de candidats n'a pas traité cette partie. Rappelons que l'intégration fait partie des programmes du secondaire et doit être à la portée d'un futur professeur de mathématiques.

Géométrie

Le jury note sur cette partie, des réussites en géométrie plane. En particulier les questions 18 et 19 sont bien traitées dans la majorité des cas, les calculs bien menés et les justifications correctes. Les quelques erreurs relevées portent sur les conditions d'application de formules ou de théorèmes (théorème de Pythagore par exemple). On note également des confusions entre implication et équivalence. La géométrie dans l'espace est peu abordée. Nous signalons aux candidats que la géométrie dans l'espace est présente dans les programmes de lycée et de collège et qu'il s'agit de maitriser ce thème.

Algèbre linéaire

En ramenant les notes de chacune des trois questions portant sur l'*algèbre linéaire* (dont les énoncés sont rappelés sous le graphique ci-après) à 1, on obtient les pourcentages de réussite suivants :



24. Soit E un $\mathbb{R}$ espace vectoriel muni d'un produit scalaire et de la norme associée notée $\|.\|$.
Deux vecteurs u et v de E sont orthogonaux si et seulement si $\|u+v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$.

25. On considère la matrice A de $M_2(\mathbb{C})$, définie par $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
Le produit des valeurs propres de A est égal à 2.

26. On considère une matrice carrée A de taille n diagonalisable ($n \in \mathbb{N}^*$).
La matrice A^2 est diagonalisable.

Dans la question 24, le jury remarque que certains candidats ont considéré uniquement le cas où E est le plan euclidien et dans la question 26, des omissions du fait de préciser que le carré d'une matrice diagonale est lui-même diagonal.

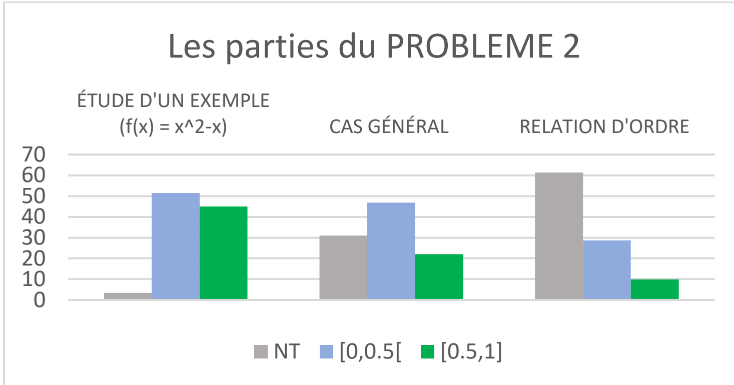
Dénombrement et probabilités

Les réponses des candidats à ces questions sont plutôt réussies. Néanmoins le jury note des maladresses et des confusions au niveau du vocabulaire (confusion entre évènement et probabilité). Il souligne aussi que les réponses à la question sur l'algorithme manquent parfois de clarté, même si les arguments sont présents.

PROBLEME 2 (Meilleure approximation affine)

L'objet de ce problème est une étude de la notion de meilleure approximation affine d'une fonction en un point. Il est divisé en trois parties. La première consiste en l'étude d'un exemple, puis dans la deuxième, on traite le cas général d'une fonction dérivable sur un intervalle donné. Enfin la troisième partie s'intéresse à la relation « être la meilleure approximation affine que » et on cherche à savoir s'il s'agit d'une relation d'ordre.

De même que dans le problème 1, nous avons ramené les notes de chacune des parties sur 1 et obtenu les pourcentages de réussite ci-dessous.



Dans la troisième partie, trop peu de candidats connaissent la définition exacte de relation d'ordre et c'est sans doute pourquoi elle n'a été que rarement abordée. Lorsque c'est le cas, la propriété d'antisymétrie n'est pas maîtrisée.
Pour le cas général il est attendu que le candidat fasse le lien entre les notions de limite et de dérivée à travers la définition de nombre dérivé ; les réponses données sont insuffisantes et prouvent que ce lien n'est pas exploité.

La première partie porte sur la meilleure approximation affine pour la fonction $f: x \to x^2 - x$.
Les premières questions proposent de tracer des représentations. Le jury souligne la nécessité d'être rigoureux pour obtenir les tracés demandés, même s'il s'agit d'allures de courbes. Il retrouve ici, dans les réponses proposées par les candidats, la confusion entre fonction, graphe et image.

Nous proposons de nous focaliser sur les questions 4 et 5 suivantes :

4. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
$$h(x) = -\tfrac{1}{2}x.$$

4.1 Justifier que h est une approximation affine de f en 0. Tracer la courbe représentative de h sur la même figure.

4.2 Démontrer que
$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad |f(x) - t(x)| \leqslant |f(x) - h(x)| \Leftrightarrow |x| \leqslant \left|x - \frac{1}{2}\right|$$

4.3 En déduire que t est une meilleure approximation affine de f en 0 que h.

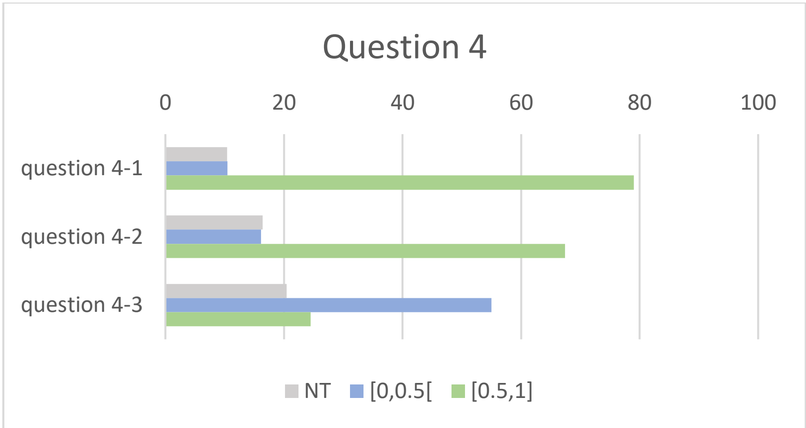
5. Pour tout réel $k \neq -1$, on note g_k la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par
$$g_k(x) = kx.$$

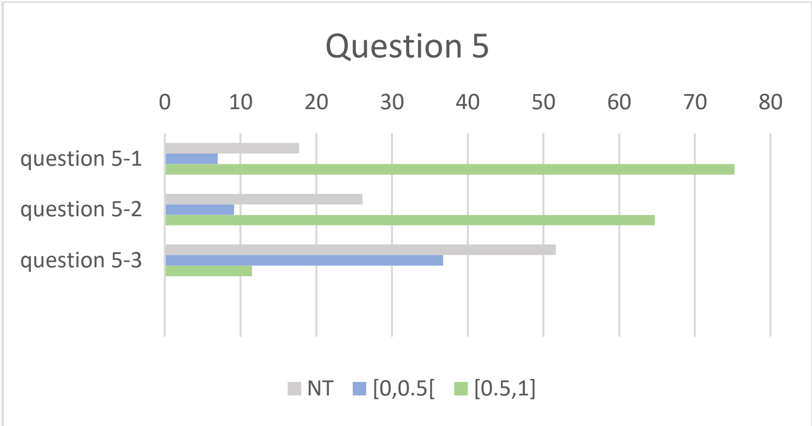
5.1 Justifier que g_k est une approximation affine de f en 0.

5.2 Démontrer que
$$\forall x \in \mathbb{R}, |f(x) - t(x)| \leqslant |f(x) - g_k(x)| \Leftrightarrow |x| \leqslant |x - (1 + k)|.$$

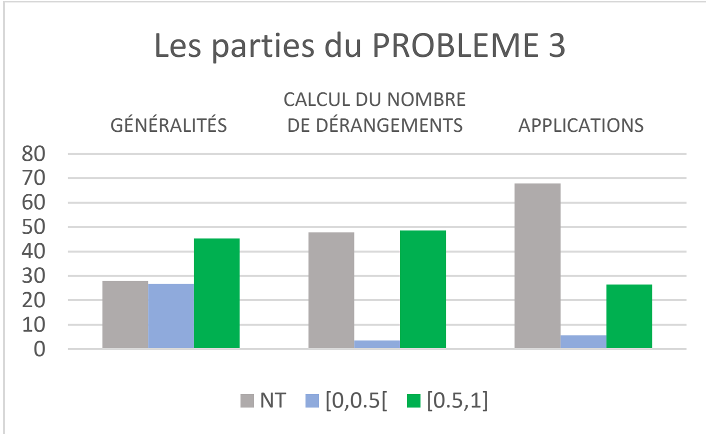
5.3 Démontrer que
$$\forall x \in \left] -\left|\frac{1+k}{2}\right|, \left|\frac{1+k}{2}\right| \right[, |f(x) - t(x)| \leqslant |f(x) - g_k(x)|.$$

Ces questions comportent des justifications. Il s'agit de bien vérifier les conditions même si certaines semblent triviales. La question 5. est en grande partie une généralisation de la question 4. et se traite de la même façon.
Au vu des résultats graphiques obtenus ci-dessous, le nombre de candidats n'ayant pas traité la question 5-3, étant en forte augmentation par rapport à la question 4-3, on peut imaginer que l'introduction de la généralisation a été un frein pour certains candidats.





PROBLEME 3 (Dérangements)
Ce problème a pour objet la détermination du nombre de dérangements d'un ensemble fini.
Une première partie permet d'introduire des résultats sur les cardinaux d'unions d'ensembles finis. Ces résultats sont utiles pour la partie 2, qui se focalise sur le calcul du nombre de dérangements. Enfin une dernière partie permet de relier la notion de dérangement avec une expérience aléatoire.
Ce problème a été abordé (au moins sur une question) par 70% des candidats, mais seulement 16% obtient une note supérieure à la moitié des points attribués.
Pour comparer, les différentes parties nous avons ramené les notes de chacune des parties du problème sur 1 et obtenu les pourcentages de réussite ci-dessous.



Si nous nous focalisons sur la partie 2 de ce problème, et faisons abstraction des candidats qui n'ont pas traité ces questions, les réponses proposées sont très pertinentes.
Ci-dessous un rappel d'une partie du sujet et un graphique montrant les réussites à ces questions.

Soit n un entier naturel non nul et soit E_n le sous ensemble de $\mathbb{N}$ défini par $E_n = \{1,2,\cdots,n\}$.

On appelle permutation de E_n toute bijection de E_n dans lui-même. Soit σ une permutation de E_n et i un élément de E_n. Dire que i est un point fixe de σ signifie que $\sigma(i) = i$.
On appelle *dérangement* de E_n une permutation de E_n n'ayant aucun point fixe.

On note S_n l'ensemble des permutations de E_n.
On rappelle que le cardinal de S_n est $n!$.
On note D_n l'ensemble des dérangements de E_n.
Le cardinal de D_n est noté d_n.

Pour tout entier i élément de E_n, on note A_i l'ensemble des permutations admettant au moins i pour point fixe.

$$A_i = \{\sigma \in S_n \mid \sigma(i) = i\}$$

5. Démontrer que

$$S_n \backslash D_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$$

6. Étant donnés un entier k de E_n et k entiers deux à deux distincts $i_1,\ i_2, \cdots i_k$, justifier l'égalité

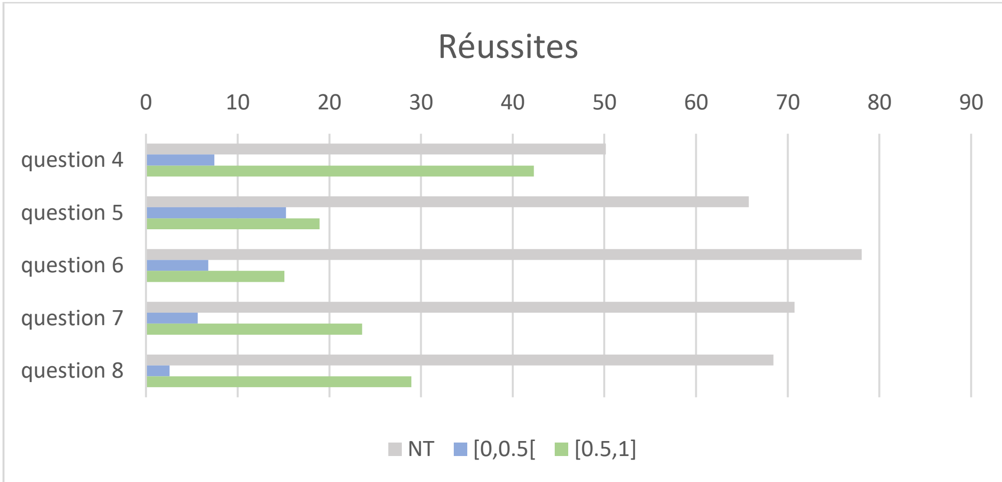
$$\operatorname{card}\left(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}\right) = (n-k)!$$

7. Déduire des deux questions précédentes et de la formule du crible que

$$d_n = n! - \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \binom{n}{k} (n-k)!$$

8. Démontrer que

$$d_n = n! \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{k!}$$



La question 4. consiste en le calcul du nombre de dérangements pour un ensemble à un ou deux éléments. Le jury souligne que la définition de permutation et de dérangement est bien comprise par les candidats qui ont traité cette partie. Il note des difficultés dans la gestion des indices, mais les candidats qui ont traité ces questions en ont globalement compris la finalité.

4.2 Épreuves orales

4.2.1 L'épreuve de leçon

La plupart des recommandations formulées dans les rapports du jury des dernières sessions demeurent valables.

Au début du temps de préparation, le candidat tire au sort un couplage de deux sujets. Il choisit l'un des deux et prépare son exposé. Il a à sa disposition un ordinateur lui permettant d'utiliser certains logiciels et d'accéder aux ressources officielles (programmes et documents ressources) ainsi qu'à la bibliothèque numérique du concours.

Plan d'étude hiérarchisé et détaillé de la leçon

Pendant les vingt premières minutes, le candidat expose un plan d'étude hiérarchisé et détaillé de la leçon. Cet exposé ne consiste pas en la lecture d'un sommaire ou une énumération des têtes de chapitre ; il permet de présenter de manière rigoureuse les énoncés mathématiques importants en précisant leur statut. Au-delà de la précision et de la structure logique des énoncés mathématiques, sont appréciées la cohérence du plan et la pertinence des exemples et des exercices choisis. Le jury attire l'attention des candidats sur le fait que le plan du manuel ne respecte pas forcément le plan de la leçon. Par ailleurs, il ne s'agit pas de donner le numéro de page du manuel, mais de préciser les enjeux des exercices ou d'exhiber les difficultés que peuvent rencontrer des élèves dans sa résolution. L'utilisation alternée du tableau et du vidéoprojecteur est appréciée et dynamise la présentation. Le candidat peut utiliser une montre (non connectée) pour maîtriser le temps. La posture du candidat est importante. Il s'agit bien d'une épreuve orale avec une expression principalement en direction du jury, en sachant se détacher du tableau, de l'ordinateur et de ses notes. Le candidat ne doit pas se contenter de lire son brouillon ou de recopier des extraits d'un manuel.

Illustration par des exemples et des applications

Le plan hiérarchisé et détaillé doit comprendre des exemples et des applications permettant d'illustrer le sujet. Il est important que, dans leur préparation au concours, les candidats s'interrogent sur le sens des mots applications et exemples.
« Applications » correspond à l'utilisation des notions mathématiques de la leçon dans différents domaines, qu'ils soient mathématiques, associés à d'autres disciplines ou à des contextes historiques.
« Exemples » est à comprendre au sens de l'exemple scolaire, « énoncé servant à montrer le fonctionnement d'une notion mathématique correctement appliquée », mais aussi de l'exemple caractéristique sur lequel l'élève peut s'appuyer pour s'approprier la notion (au sens de donner l'exemple).
De nombreux candidats se sont efforcés d'illustrer les définitions et propriétés par des exemples souvent bien choisis. Le jury a apprécié la proposition d'exercices pertinents.

Développement d'un élément significatif du plan

Le jury choisit un élément significatif ou une partie du plan que le candidat est invité à exposer. La stratégie visant à limiter le choix du jury en ne proposant qu'un développement possible ou des exercices élémentaires est un indicateur d'une faible maîtrise du contenu présenté. Lorsque le candidat s'appuie sur le corrigé d'un manuel, ce qui est évalué n'est pas la lecture de l'extrait de manuel projeté, mais la maîtrise mathématique des notions exposées, portée par un langage rigoureux et précis.
Les candidats sont invités à faire preuve de rigueur dans les démonstrations, notamment dans l'usage des liens logiques et des quantificateurs.

Entretien avec le jury

Après ces deux temps où le jury n'intervient pas, un échange permet au candidat de justifier la cohérence du plan, de préciser certains aspects du développement et de mettre en valeur sa culture relative à la leçon traitée. Il peut être demandé de rédiger rigoureusement au tableau un énoncé mathématique, une démonstration ou la correction d'un exercice. Cela permet d'évaluer la maîtrise mathématique, mais aussi la capacité à rédiger efficacement ce qui sera la trace écrite dans le cahier des élèves. Certains candidats surinterprètent les questions du jury. Il ne s'agit pas forcément de corriger une erreur, mais de révéler les connaissances du candidat au travers d'un spectre le plus large possible de questions qui se veulent explicites. Lors de cet oral, et compte tenu de la diversité des compétences professionnelles attendues chez un enseignant de mathématiques, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés, plus particulièrement :

- la maîtrise des contenus mathématiques ;
- l'organisation et la clarté du propos ;
- la maîtrise de la langue française ;
- l'aptitude à donner des explications claires à des élèves de collège ou lycée ;
- l'interaction avec le jury

Le jury peut proposer un exercice à résoudre. Quand un candidat se limite à un niveau collège lors de son exposé, le jury peut lui demander d'aborder la notion à un niveau plus élevé, afin de montrer sa capacité à prendre du recul. De même, lorsqu'un candidat place sa leçon à un niveau post bac, il doit s'attendre à des questions ou des exercices portant sur le niveau second degré et être capable d'y répondre avec les outils du collège ou du lycée.
Il est permis de prendre un temps de réflexion avant de répondre et il est souhaitable de tirer profit des indications fournies par le jury.

Maîtrise des contenus mathématiques

Le jury a observé une maîtrise inégale des contenus mathématiques. Certains candidats montrent peu de recul au-delà des programmes de collège et de lycée. Pour ces candidats, la rédaction des énoncés mathématiques au tableau est peu rigoureuse : pas de connecteurs logiques, pas de phrases, succession de calculs, etc. Il est attendu que le candidat connaisse les différents statuts des énoncés (définition, propriété, propriété caractéristique, théorème, exemple), qu'il maîtrise le vocabulaire lié aux objets mathématiques utilisés. Le jury a apprécié les candidats qui savent faire le lien avec les notions enseignées dans le supérieur.

Compétences didactiques et pédagogiques

Le jury peut interroger le candidat sur la cohérence du plan proposé ou sur les propriétés utilisées dans le développement. Certains candidats ont fait le choix d'exposer la progressivité d'une notion par niveaux en signalant les apports à chaque niveau, évitant ainsi les redondances. Des candidats ont proposé des activités pour introduire la leçon. Elles ont été pertinentes lorsque la présentation restait concise et lorsque l'activité présentait un réel intérêt pour la suite de l'exposé.
Il est conseillé d'éviter de faire appel à des « recettes » qui risquent d'éloigner du sens de la notion étudiée. Des comparaisons entre différentes méthodes peuvent être envisagées.

Pertinence dans l'utilisation des supports (outils numériques, manuels, tableau)

Les candidats réalisent souvent des captures d'écran pour gagner du temps lors de la préparation. Il faut alors s'attendre à ce que le jury s'assure que les éléments projetés sont maîtrisés par le candidat.
Le recours aux outils numériques (Geogebra, Python, tableur) est souvent pertinent, mais demeure rare. Les candidats proposent rarement d'eux-mêmes leur utilisation et le caractère dynamique de GeoGebra est insuffisamment exploité.

Qualités orales

Le jury a apprécié l'aisance orale des candidats et leur capacité à se détacher de leurs notes. Certains candidats se retrouvent néanmoins en difficulté pour s'en détacher lors du développement et de l'entretien, ce qui peut les pénaliser. Les candidats sont à l'écoute des questions et essaient de tirer profit des indications et des aides fournies par le jury.

Pour les remarques spécifiques aux différentes leçons, on peut continuer à se référer aux rapports des sessions antérieures.

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège et du lycée général et technologique. La liste des leçons est disponible sur le site du jury, ce qui permet aux candidats de les travailler en amont en s'appuyant sur des ressources institutionnelles ou sur des manuels.

4.2.2 L’épreuve d’entretien

Présentation par le candidat des éléments de son parcours et des expériences

La première partie de l’entretien débute par une présentation par le candidat des éléments de son parcours et des expériences qui l’ont conduit à se présenter au concours. Cette présentation a souvent été travaillée, ce qui conduit à une expression riche et un propos construit. Le jury apprécierait que le parcours soit plus nettement mis en lien avec le futur métier d’enseignant et que le choix de la discipline soit davantage justifié.
Les réponses aux questions posées par le jury doivent être concises et précises.
Le jury apprécie l’honnêteté des candidats qui expliquent les raisons de leur reconversion professionnelle ou justifient leurs périodes d’inactivité.
Il est bienvenu de valoriser les activités engagées à l’occasion d’une immersion en établissement scolaire.

Projection dans le métier d'enseignant en appui sur le parcours

Cette présentation donne lieu à un échange avec le jury. Le jury apprécie que les candidats mettent en avant leur observation de classes et les échanges qu’ils ont eus avec des enseignants. Il est à regretter que certains candidats n’aient pas pris le temps de se renseigner sur le métier, sur le système éducatif ou sur les acteurs intervenant dans un établissement scolaire. Ils restent alors souvent sur leur vécu personnel et ont de ce fait une vision erronée ou idéalisée du système scolaire. Les potentielles difficultés ne sont pas anticipées. Certains candidats qui enseignent ponctuellement axent entièrement leur propos sur la façon dont les choses se déroulent dans l’établissement où ils interviennent et ne semblent pas capables d’envisager un autre contexte ou un autre type d’élèves que ceux qu’ils connaissent. Une meilleure connaissance du référentiel des compétences du métier leur permettrait aussi de mieux contextualiser celles-ci dans leur parcours.

Cet échange peut permettre au candidat de montrer comment il envisage de mobiliser, dans le métier d’enseignant, les compétences développées dans le cadre d’expériences antérieures.

Projection dans le métier au travers des situations

La deuxième partie de l’épreuve permet au jury, à travers deux mises en situation professionnelle, l’une d’enseignement, la seconde en lien avec la vie scolaire, d’apprécier l’aptitude du candidat à s’approprier les valeurs de la République et à faire connaître et partager ces valeurs. L’exposé de la situation est proposé sous la forme de la conversation, tout en laissant au candidat la possibilité de prendre le temps de réfléchir afin d’en comprendre les enjeux. Les candidats fondent souvent leurs choix sur des valeurs personnelles fortes. Si l’émotion est importante pour identifier et exprimer ce que l’on ressent ou pour comprendre ce que ressentent les autres, il convient de s’en dégager pour mieux qualifier la situation et analyser ses conséquences et les déstabilisations induites. Il est attendu du candidat qu’il se rapporte à des références personnelles, mais aussi aux compétences professionnelles, au projet de l’établissement, à ses instances, aux politiques éducatives, à des textes législatifs, ainsi qu’aux principes et valeurs de la République. Si certains candidats restent sur leur expérience d’élève ou de parent d’élève, d’autres savent proposer des solutions à court et moyen terme et argumenter, en lien avec les principes et les valeurs en jeu, pour préciser les fondements de leur pensée. Il n’est évidemment pas attendu une « bonne réponse ». Il est apprécié que le candidat puisse faire plusieurs analyses différentes de la situation en émettant différentes hypothèses et propose éventuellement plusieurs pistes de solutions. Il est aussi apprécié la référence aux actualités récentes en lien avec l’éducation nationale et le lien avec l’activité mathématique au sein de la classe. Lorsque les candidats sont interrogés sur les principes et les valeurs en jeu dans les situations, certaines réponses restent stéréotypées et témoignent peu de l’engagement du candidat.

Une bonne connaissance du système éducatif, du fonctionnement des établissements et du rôle des différents acteurs constitue un atout essentiel.

Qualités orales

Le jury valorise la fluidité de l’expression et une bonne maîtrise de la langue. Les échanges ont souvent été dynamiques, avec une certaine qualité d’écoute et une bonne interaction.

Quelques exemples de situations

Voici deux situations proposées lors de cette session.

Il est généralement demandé au candidat de distinguer les valeurs ou principes mis en jeu, d’analyser la situation et de dire comment il réagirait s’il y était confronté.

Enseignement

Vous êtes professeur en classe de terminale spécialité mathématiques.
Un élève vous interroge à propos de la pertinence de passer du temps à faire des démonstrations mathématiques alors que l’intelligence artificielle est en mesure de les réaliser facilement.

Vous êtes professeur de mathématiques en collège.
Dans une de vos classes, il y a une majorité de garçons. Vous remarquez que les filles viennent souvent à la fin de l'heure ou pendant la récréation pour poser leurs questions, et le font rarement pendant le temps de classe.

Vie scolaire

Un élève d'une classe dont vous êtes le professeur principal est suivi médicalement pour un trouble de l'attention avec hyperactivité. Le conseil de classe souligne les efforts dans le travail mais refuse d’attribuer les encouragements en raison de son comportement agité en classe. Les parents demandent que le conseil révise son avis.

Vous êtes professeur principal d'une classe de troisième dans un établissement. À la suite d'une heure de vie de classe dédiée à l'orientation, vous observez que les choix envisagés par les élèves sont tournés vers des établissements à proximité immédiate du collège.

5. Annexe : ressources mises à disposition des candidats

Pendant le temps de préparation et lors de l'interrogation orale, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition.

Les candidats ne sont pas autorisés à utiliser de calculatrices.

Le transfert des données entre la salle de préparation et la salle d'interrogation se fait grâce au réseau de l'établissement. L'utilisation de tout support numérique personnel est exclue.

L'usage des téléphones mobiles et de toute forme d'accès à internet est interdit dans l'enceinte de l'établissement.

Les documents suivants sont mis à disposition des candidats sous forme numérique :

- réglementation du concours ;
- référentiel des compétences professionnelles ;
- programmes de Mathématiques (collège et lycée) et documents ressources en ligne sur Eduscol.

Manuels numériques

Le jury remercie vivement les éditeurs qui ont mis gracieusement leurs manuels à la disposition du concours.

BELIN

- Delta : 6e (2016), cycle 4 (2016)
- Métamaths : 2de (2019) et 1re spécialité (2019)
- Cahier Python pour les maths en 2de (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019)
- Enseignement scientifique Terminale (2020)

BORDAS

- CQFD : 1re spécialité (2019)
- Indice : 2de (2019), 1re spécialité (2019), 1re séries technologiques (2019), Terminale mathématiques complémentaires (2020), Terminale spécialité (2020), Terminale séries technologiques, enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)
- Myriade : 6e cycle 3 (2016), cycle 4 (2016)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

DELAGRAVE

- BTS Industriels (B, C et D) (2014)
- Algomaths : 1re séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2019), Terminale séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)

DIDIER

- Mathsmonde : 6e cycle 3 (2017), cycle 4 (en un volume) (2016)
- Math'x : 2de (2019)

- Enseignement scientifique 1re (2019)

FOUCHER

- Sigma : 1re séries technologiques (2019), Terminale séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)
- Sigma BTS : BTS CG (2015), Mathématiques pour l'informatique BTS SIO (2014), BTS Industriels Tome 1 groupement A (2002), BTS Industriels Tome 2 groupement A (2002), BTS Industriels Tome 1 Analyse et algèbre groupements B, C et D (2014), BTS Industriels Tome 2 Statistique et probabilités groupements B, C et D (2014)

HACHETTE

- Déclic : Déclic 2de (2019), Déclic 1re (2019), Terminale mathématiques complémentaires (2020)
- Phare : 6e (2016), 5e (2016)
- Kiwi cycle 4 (2016)
- Mission Indigo : cycle 4 5e (2016), cycle 4 4e (2016), cycle 4 3e (2016)
- Barbazo : 2de (2019), 1re spécialité (2019), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020)
- Calao : 1re séries technologiques mathématiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2019), Terminales STI2D/STL Mathématiques enseignement commun et spécialité (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)
- BTS : Mathématiques groupement A (2006), Mathématiques groupement B, C et D (2006)

HATIER

- Dimensions : 6e cycle 3 (2016), 3e année du cycle 4 (2016), cycle 4 (2016)
- Variations : 2de (2019), 1re spécialité (2019), Terminale spécialité (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

MAGNARD

- Delta Maths : 6e (2016), cycle 4 (2017)
- Sésamath : cycle 4 (2016), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020), mathématiques expertes (2020)
- Maths : 2de (2019), 1re (2019)
- Enseignement Scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

NATHAN

- Transmath : 6e Cycle 3 (2016), cycle 4 (2016), 2de (2019), 1re spécialité (2019)
- Techmaths : 1re enseignement commun et spécialité STI2D (2019), Terminale enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)
- Hyperbole : 2de (2019), 1re (2019), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020), mathématiques expertes (2020)
- Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

DUNOD

- Mathématiques pour l'informatique BTS SIO (2015), Programmation en Python pour les mathématiques (2016)

ELLIPSES

- Apprendre la programmation par le jeu, à la découverte du langage Python 3 (2015)
- Python, les bases de l'algorithmique et de la programmation (2015)

EYROLLES

- Apprendre à programmer avec Python 3 (2012)
- Informatique et sciences du numérique - édition spéciale Python ! (2013)

MASSON

- Eléments d'algorithmique (1992)

Le candidat peut également, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels. Seuls sont autorisés les livres en vente dans le commerce, à condition qu'ils ne soient pas annotés. Sont exclus les ouvrages de préparation aux épreuves orales du concours. Le jury se réserve la possibilité d'interdire l'usage de certains ouvrages dont le contenu serait contraire à l'esprit des épreuves.

Logiciels

- LibreOffice
- Émulateur de calculatrice numworks
- Geogebra 5
- Python 3 (éditeur Pyzo avec les bibliothèques numpy, scipy et matplotlib)
- Scratch