MINISTÈRES
ÉDUCATION
JEUNESSE
SPORTS
ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR
RECHERCHE

Liberté
Égalité
Fraternité

Direction générale des ressources humaines

RAPPORT DU JURY

SESSION 2025

Concours : Agrégation interne et CAERPA

Section : Mathématiques

Rapport de jury présenté par : Madame Françoise FLICHE, Inspectrice générale de l'éducation, du sport et de la recherche (IGÉSR), Présidente du jury

Rapport du jury

Agrégation interne de mathématiques

2025

Table des matières

1 Généralités et statistiques

1.1 Déroulement de la session 2025 et programme de la session 2026

Les épreuves écrites ont eu lieu les 19 janvier et 10 mars 2025. La liste d'admissibilité a été signée le 19 mars 2025 avec 375 admissibles pour l'agrégation interne et 45 pour le CAERPA. Cette liste a été publiée sur `\https://resultats.examens-concours.gouv.fr/CE2`

Les épreuves orales se sont déroulées du 13 au 22 avril 2025 dans les locaux de l'ENCPB–lycée Pierre-Gilles-de-Gennes. Le jury remercie très chaleureusement le lycée, l'équipe de direction et son personnel pour leur accueil qui a permis une passation sereine des oraux. La liste d'admission a été signée le 23 avril 2025 avec 183 admis pour l'agrégation interne et 22 pour le CAERPA, plus une liste complémentaire d'1 candidat pour le CAERPA. Cette liste a été publiée sur Cyclades le 19 avril 2024. Tous les postes mis au concours de l'agrégation interne et du CAERPA ont ainsiété pourvus.

Le programme du concours pour la session 2026 est identique à celui des années précédentes. Il est disponible sur le site `https://www.devenirenseignant.gouv.fr/`.

1.2 Barres d'admission et d'admissibilité

Pour la session 2025, 1222 candidates et candidats se sont présentés aux deux épreuves écrites, 1029 pour l'agrégation interne et 193 pour le CAERPA. La barre d'admissibilité a été fixée à 89 points sur 200 pour l'agrégation interne et à 107 sur 200 pour le CAERPA, la note de chacune des deux épreuves étant rapportée sur 100. Le nombre d'admissibles rapporté au nombre des postes offerts est très proche de 2 pour l'agrégation interne et de 2,25 pour le CAERPA.

Parmi les 375 admissibles à l'agrégation interne, 360 ont passé les deux épreuves orales, soit un taux d'absentéisme de 4%. Parmi les 45 admissibles au CAERPA, 36 ont passé les deux épreuves orales, soit un taux d'absentéisme de 13,3%, taux inhabituellement élevé pour ce concours. Le jury ne saurait que trop conseiller à chaque candidate et à chaque candidat de se présenter aux oraux. En rapportant la note de chacune des quatre épreuves sur 100 points, le total de points du dernier admis était de 207 sur 400 pour l'agrégation interne et de 219 sur 400 pour le CAERPA. À titre de comparaison, en 2024, ces barres étaient de 209,45 sur 400 pour l'agrégation interne et de 228,95 sur 400 pour le CAERPA. Le jury a également proposé une liste complémentaire de 1 candidat pour le CAERPA.

1.3 Historique des concours

Les tableaux et diagrammes suivants illustrent l'évolution des concours depuis 2005 : nombre de postes, d'inscrits, de présents aux épreuves écrites, d'admissibles et d'admis.

Pour l'agrégation interne :

Année	Postes	Inscrits	Présents écrits	Admissibles	Admis
2005	138	1897	1401	311	138
2006	110	2172	1599	273	110
2007	107	2198	1627	267	107
2008	107	2195	1682	257	107
2009	107	2124	1559	258	107
2010	114	2229	1426	267	114
2011	116	2442	1359	263	116
2012	125	2324	1589	281	125
2013	135	2266	1510	303	135
2014	130	2290	1495	302	130
2015	145	2317	1501	332	145
2016	148	2299	1510	333	148
2017	155	2248	1349	329	155
2018	155	2090	1280	330	155
2019	160	2071	1251	340	160
2020	165	1967	1250	358	165
2021	160	1951	1212	360	160
2022	160	1886	1183	360	160
2023	160	1865	1242	363	160
2024	180	1837	1215	366	180+6
2025	183	1756	1029	375	183

Pour le CAERPA :

Année	Contrats	Inscrits	Présents écrits	Admissibles	Admis
2005	19	297	211	27	12
2006	19	329	240	18	13
2007	20	319	221	11	5
2008	15	356	258	22	11
2009	14	305	212	26	12
2010	12	346	207	17	8
2011	11	427	213	19	11
2012	13	350	228	29	13
2013	18	320	201	35	18
2014	19	317	217	32	14
2015	20	322	203	34	12
2016	13	335	214	35	13
2017	16	338	200	47	16
2018	17	353	205	55	17
2019	18	354	211	53	18
2020	19	303	199	56	19
2021	18	316	184	40	18
2022	20	300	187	45	20
2023	21	325	214	48	21
2024	21	334	221	47	21
2025	21	324	193	45	22

1.4 Statistiques

Les statistiques qui suivent sont basées sur les données renseignées par les candidates et les candidats lors de leur inscription.

1.4.1 Répartition femmes-hommes

Pour l'agrégation interne, la proportion de femmes baisse légérement lors de l'admissibilité, pour augmenter de façon significative à l'admission. Ainsi, lors de la session 2025 de l'agrégation interne de mathématiques, 42% des admis sont des femmes. Dans les tableaux qui suivent, le taux de réussite est le pourcentage Admis/Présents. On notera que 20% des femmes et 16,5% des hommes présents aux épreuves écrites ont été reçus à l'issue de la session 2025.

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis		Réussite
Femmes	618	35%	385	37%	122	33%	77	42%	20%
Hommes	1138	68%	644	63%	253	67%	106	58%	16,5%
Total	1756	100%	1029	100%	375	100%	183	100%	17,8%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis		Réussite
Femmes	128	40%	75	39%	14	39%	8	36%	8,4%
Hommes	196	60%	118	61%	31	61%	14	64%	10,6%
Total	324	100%	193	100%	45	100%	22	100%	9,6%

1.4.2 Répartition par âge

Pour le concours de l'agrégation interne :

Âge	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
>60	62	4%	32	3%	9	2%	2	1%
55-60	120	7%	74	7%	24	6%	9	5%
50-55	278	16%	166	16%	78	21%	34	19%
45-50	328	19%	196	19%	78	21%	37	20%
40-45	306	17%	174	17%	63	17%	30	16%
35-40	325	19%	186	18%	54	14%	30	16%
30-35	206	12%	132	13%	46	12%	31	17%
25-30	122	7%	65	6%	22	6%	10	5%
20-25	9	1%	4	0%	1	0%	0	0%
Total	1756	100%	1029	100%	375	100%	183	100%

Pour le CAERPA :

Âge	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
>60	13	4%	6	3%	1	2%	0	0%
55-60	38	12%	23	12%	10	22%	2	9%
50-55	40	12%	28	15%	6	13%	2	9%
45-50	68	21%	40	21%	9	20%	5	23%
40-45	54	17%	30	16%	6	13%	5	23%
35-40	55	17%	35	18%	8	18%	3	14%
30-35	35	11%	23	12%	5	11%	5	23%
25-30	20	6%	8	4%	0	0%	0	0%
20-25	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Total	324	100%	193	100%	45	100%	22	100%

Candidat le plus âgé :

	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Agrégation interne	68,3 ans	66,7 ans	66,7 ans	62,5 ans
CAERPA	64,4 ans	64,4 ans	60,4 ans	56,2 ans

Candidat le moins âgé :

	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Agrégation interne	20,8 ans	24,1 ans	25 ans	25,5 ans
CAERPA	22,9 ans	27,4 ans	31,2 ans	31,2 ans

Âge moyen :

	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Agrégation interne	43,6 ans	43,6 ans	44,1 ans	43 ans
CAERPA	44,4 ans	44,6 ans	46,2 ans	42,2 ans

Pour l'ensemble des deux concours, l'âge moyen des candidats présents se situe autour de 44 ans et celui des admis autour de 43 ans. Ainsi, conformément à leur vocation, les concours internes de l'agrégation s'adressent principalement à des professeurs confirmés dans leur carrière.

Les diagrammes suivants représentent les pyramides des âges des deux concours (inscrits, présents aux deux épreuves écrites, admissibles, admis).

1.4.3 Répartition par académie

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AIX MARSEILLE	89	5%	51	5%	17	5%	10	5%
AMIENS	49	3%	30	3%	5	1%	1	1%
BESANCON	17	1%	8	1%	3	1%	0	0%
BORDEAUX	85	5%	67	7%	23	6%	13	7%
CLERMONT-FERRAND	21	1%	13	1%	5	1%	2	1%
CORSE	6	0%	5	0%	1	0%	1	1%
DIJON	29	2%	18	2%	8	2%	7	4%
GRENOBLE	79	4%	53	5%	22	6%	11	6%
GUADELOUPE	38	2%	24	2%	5	1%	1	1%
GUYANE	20	1%	9	1%	2	1%	2	1%
MARTINIQUE	24	1%	16	2%	4	1%	0	0%
NOUVELLE CALÉDONIE	9	1%	1	0%	1	0%	0	0%
POLYNÉSIE FRANCAISE	13	1%	6	1%	2	1%	2	1%
RÉUNION	61	3%	30	3%	9	2%	4	2%
LILLE	113	6%	66	6%	21	6%	12	7%
LIMOGES	24	1%	12	1%	3	1%	0	0%
LYON	73	4%	40	4%	19	5%	9	5%
MAYOTTE	19	1%	3	0%	0	0%	0	0%
MONTPELLIER	68	4%	40	4%	13	3%	6	3%
NANCY-METZ	56	3%	31	3%	11	3%	5	3%
NANTES	66	4%	32	3%	16	4%	6	3%
NICE	55	3%	32	3%	7	2%	3	2%
NORMANDIE	70	4%	43	4%	16	4%	5	3%
PARIS	8	0%	1	0%	0	0%	0	0%
POITIERS	29	2%	20	2%	8	2%	4	2%
REIMS	17	1%	10	1%	3	1%	1	1%
RENNES	42	2%	23	2%	9	2%	6	3%
STRASBOURG	52	3%	30	3%	14	4%	12	7%
TOULOUSE	63	4%	37	4%	13	3%	9	5%
WALLIS ET FUTUNA	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
ORLÉANS-TOURS	53	3%	33	3%	14	4%	5	3%
SIEC - CRÉTEIL PARIS VERSAILLES	407	23%	245	24%	101	27%	46	25%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AIX MARSEILLE	17	5%	10	5%	0	0%	0	0%
AMIENS	4	1%	2	1%	1	2%	1	5%
BESANCON	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
BORDEAUX	13	4%	11	6%	3	7%	3	14%
CLERMONT-FERRAND	4	1%	2	1%	0	0%	0	0%
CORSE	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
DIJON	5	2%	2	1%	0	0%	0	0%
GRENOBLE	15	5%	7	4%	1	2%	1	5%
GUADELOUPE	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
GUYANE	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
MARTINIQUE	4	1%	2	1%	0	0%	0	0%
NOUVELLE CALÉDONIE	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
POLYNÉSIE FRANCAISE	7	2%	5	3%	0	0%	0	0%
RÉUNION	2	1%	0	0%	0	0%	0	0%
LILLE	29	9%	21	11%	4	9%	1	5%
LIMOGES	2	1%	1	1%	0	0%	0	0%
LYON	16	5%	11	6%	4	9%	4	18%
MAYOTTE	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
MONTPELLIER	12	4%	8	4%	1	2%	0	0%
NANCY-METZ	9	3%	5	3%	1	2%	1	5%
NANTES	18	6%	12	6%	0	0%	0	0%
NICE	7	2%	3	2%	0	0%	0	0%
NORMANDIE	10	3%	6	3%	2	4%	1	5%
PARIS	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
POITIERS	3	1%	3	2%	0	0%	0	0%
REIMS	5	2%	4	2%	1	2%	1	5%
RENNES	25	8%	17	9%	4	9%	2	9%
STRASBOURG	9	3%	7	4%	3	7%	0	0%
TOULOUSE	12	4%	5	3%	1	2%	1	5%
WALLIS ET FUTUNA	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
ORLÉANS-TOURS	7	2%	4	2%	2	4%	1	5%
SIEC - CRÉTEIL PARIS VERSAILLES	87	27%	45	23%	17	38%	5	23%

1.4.4 Répartition par profession

Ce sont essentiellement les professeurs certifiés qui sont reçus à l'agrégation interne (95% des reçus), conformément à la vocation de ce concours. Quant au CAERPA, près de 100% des présents aux épreuves écrites sont des CAER titulaires et les admis sont exclusivement des CAER titulaires.

Pour le concours de l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
AESH	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Adjoint d'enseignement	3	0%	1	0%	0	0%	0	0%
Agrégé	8	0%	2	0%	1	0%	1	1%
Certifié	1585	91%	963	94%	357	95%	176	96%
Enseignant du supérieur	5	0%	3	0%	0	0%	0	0%
Instituteur	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Militaire	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Personnel administratif et technique MEN	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Personnel de la fonction publique	22	1%	9	1%	5	1%	2	1%
Personnel de la fonction territoriale	2	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Personnel enseignant titulaire fonction publique	30	2%	15	1%	3	1%	2	1%
PLP	69	4%	30	3%	8	2%	1	1%
Professeur des écoles	16	1%	5	0%	1	0%	1	1%

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Cont et agréé rem instituteur	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Maître contr.et agréé rem ma	7	2%	2	1%	1	2%	0	0%
Maître contr.et agréé rem tit	311	97%	190	99%	44	98%	22	100%

1.4.5 Congés formation

Le tableau suivant récapitule le nombre de candidates et candidats ayant bénéficié d'un congé formation.

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
Agrégation interne	96	5,5%	87	8,5%	45	12%	34	18,6%
CAERPA	19	6,3%	19	9,9%	5	11,1%	3	13,6%

Pour l'agrégation interne, parmi les candidates et les candidats ayant bénéficié d'un congé formation et présents aux épreuves écrites, $51,7\%$ ont été admissibles et 39% ont été admis ; parmi les candidates et les candidats n'ayant pas bénéficié d'un congé formation et présents aux épreuves écrites, 35% ont été admissibles et $15,8\%$ ont été admis.

1.4.6 Nombre d'inscriptions

Les tableaux suivants donnent les nombres d'inscription des candidates et candidats, ainsi que le nombre d'inscriptions moyen. Pour l'agrégation interne :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
1	448	26%	225	22%	64	17%	39	21%
2	286	16%	176	17%	75	20%	42	23%
3	433	25%	278	27%	93	25%	42	23%
4	196	11%	118	11%	53	14%	28	15%
5	234	13%	162	16%	67	18%	28	15%
6	71	4%	41	4%	12	3%	3	2%
7	29	2%	12	1%	4	1%	1	1%
8	22	1%	8	1%	2	1%	0	0%
9	10	1%	3	0%	2	1%	0	0%
10	5	0%	2	0%	1	0%	0	0%
11	5	0%	1	0%	1	0%	0	0%
12	3	0%	1	0%	0	0%	0	0%
13	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
14	6	0%	2	0%	1	0%	0	0%
15	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
16	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
17	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Moyenne	3,16		3,10		3,22		2,87	

Pour le CAERPA :

	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
1	83	26%	47	24%	7	16%	4	18%
2	71	22%	34	18%	7	16%	3	14%
3	87	27%	62	32%	18	40%	9	41%
4	37	11%	21	11%	6	13%	4	18%
5	27	8%	20	10%	4	9%	1	5%
6	10	3%	8	4%	3	7%	1	5%
7	2	1%	1	1%	0	0%	0	0%
8	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
9	3	1%	0	0%	0	0%	0	0%
10	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
11	2	1%	0	0%	0	0%	0	0%
Moyenne	2,82		2,80		3,04		2,9	

1.4.7 Répartition des notes d'écrits

Les histogrammes ci-dessous montrent la répartition des effectifs en fonction des notes sur 100 attribuées à chacune des deux épreuves, puis la répartition des effectifs en fonction du total sur 200 obtenu à l'ensemble des épreuves écrites.

Voici quelques indicateurs sur les notes obtenues par les candidates et les candidats :

	Première épreuve	Seconde épreuve	Total
moyenne	37,75	36,04	73,8
écart-type	17,8	18,3	34,3
premier quartile	25	24	49
médiane	38	38	75,5
troisième quartile	50	49	98
minimum	0	0	1
maximum	100	100	200

Le diagramme suivant représente le nuage des notes d'écrits. Chaque candidat présent aux deux épreuves orales est repéré par le couple des notes (sur 100) qu'il a obtenues respectivement aux épreuves écrites 1 et 2. Le coefficient de corrélation entre les deux épreuves écrites est de 81%.

1.4.8 Répartition des notes d'oral

Les histogrammes ci-dessous montrent la répartition des effectifs en fonction des notes sur 100 attribuées à chacune des deux épreuves, puis la répartition des effectifs en fonction du total sur 400 obtenu à l'ensemble des épreuves écrites et orales.

Voici quelques indicateurs sur les notes obtenues par les candidates et les candidats :

	Première épreuve orale (sur 100)	Seconde épreuve orale (sur 100)	Total obtenu (sur 400)
moyenne	51	49,7	211,3
écart-type	19,6	19,8	40,8
premier quartile	34	34	180
médiane	52	46	207
troisième quartile	65	64	237
minimum	20	13	130
maximum	99	100	394

Dans le graphique ci-dessous, chaque candidat présent à l'oral est repéré par le couple des notes (sur 100) obtenues à chacune des deux épreuves orales. Le coefficient de corrélation entre les notes des deux épreuves orales est de $34,4\%$.

Le graphique ci-dessous, dans lequel chaque candidat présent à l'oral est repéré par le couple des totaux obtenus respectivement à l'écrit et à l'oral (sommes respectives des notes sur 100 obtenues aux deux épreuves écrites et aux deux épreuves orales), souligne toute l'importance d'une solide préparation de l'oral. On observe ainsi que certains candidates et candidats avec un niveau correct à l'écrit ne sont pas admis et qu'*a contrario* des candidates et candidats proches de la barre d'admissibilité à l'écrit sont reçus grâce à de bonnes prestations orales. Le coefficient de corrélation entre les notes obtenues aux épreuves écrites et celles obtenues aux épreuves orales est de 35%.

2 Rapport sur les épreuves écrites

2.1 Première épreuve écrite

Le sujet est téléchargeable sur le site du jury, à l'adresse
`https://interne.agreg.org/data/uploads/epreuves/ep1/25-ep1.pdf`.

2.2 Quelques éléments de correction

Les éléments de correction donnent les grandes lignes de résolution des questions ; ils ne correspondent pas à la rédaction attendue par le jury.

Ceux de la première épreuve écrite sont téléchargeables à l'adresse

`https://interne.agreg.org/data/uploads/rapports/corrige_ep1_2025.pdf`.

2.3 Commentaires par questions

Exercice préliminaire : la loi sur $K[u]$ n'est pas claire pour un bon nombre de candidats qui écrivent x au lieu de u (ce problème avait déjà été constaté l'an dernier dans la première épreuve). Il convient de ne pas noter P et P' deux polynômes quelconques, la notation P' est réservée à la dérivation dans ce contexte. De même, écrire pour tout X dans $K[X]$ est pour le moins maladroit et noter X et X' dans $K[X]$ l'est plus encore.

Q1 : Pour démontrer l'unicité, il convient de partir de $\theta_{u(X)} = u$, et non de $\theta_{u(P)} = P(u)$. Plusieurs candidats prennent u et v deux endomorphismes et tentent alors de montrer que $\theta_u = \theta_v$ pour montrer qu'il y a unicité du morphisme θ_u. De plus, la linéarité est rarement démontrée et trop de composées d'endomorphismes sont confondues avec des produits.

Q2 : Dans les erreurs les plus fréquentes, un certain nombre de candidats se contentent de considérérer seulement des endomorphismes particuliers (u nilpotent, $u = \mathrm{Id}$ etc.), d'autres écrivent $P(u) = 0$ donc u est une racine de P. Cette question peut se traiter élémentairement en considérant la famille de cardinal $n^2 + 1$ $(\mathrm{Id}, u, u^2, ..., u^{n^2})$ de $L(E)$, qui est de dimension n^2. Cependant, il faut veiller à la précision du vocabulaire et ne pas parler de la dimension d'une famille.

Q3 : Certains candidats, trop précautionneux, ont perdu du temps à redémontrer que les idéaux de $K[X]$ sont principaux ; beaucoup ont oublié de préciser que l'idéal n'est pas réduit au polynôme nul pour justifier l'existence d'un générateur unitaire. Il est regrettable que certains candidats confondent $\varnothing$ et 0.

Q4 : Cette question a mis en valeur certains candidats ; par exemple, ceux qui ont pensé à invoquer l'isomorphisme entre $K[X]/\mu_u$ et $K[u]$. Cependant, les manques de précision du vocabulaire et des notations ont été nombreux ; certains candidats évoquent des familles échelonnées de polynômes.

Q5 : Dans les copies, on constate trop de confusions entre $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ menant à des raisonnements faux. La rigueur fait souvent défaut, certains candidats se contentent de raisonner par implication sans se préoccuper de la réciproque. Certaines étapes de calcul ne sont pas justifiées et de nombreux candidats ne précisent pas qu'ils calculent avec des entiers compris entre 1 et n.

Q6 : Des candidats tentent de démontrer la propriété par récurrence sur α ce qui est une mauvaise idée. Ensuite, certains candidats peinent à identifier les entiers qui ne sont pas premier avec p^α.

Q7 : Cette question a été souvent traitée, mais a été peu réussie.

Q8 : Dans certaines copies, les candidats confondent l'indéterminée X avec une variable. Tous les candidats ne pensent pas à montrer que les racines sont deux à deux distinctes. De plus, alors que ω_n est défini par l'énoncé, il ne faut pas s'approprier cette notation pour définir un autre objet. Enfin, de nombreux candidats confondent ω_k et ω_n^k.

Q9(a) : Un argument géométrique peut suffire pour répondre à la question. On a constaté des maladresses dans la manipulation des arguments avec les nombres complexes ; par exemple, certains candidats écrivent que $e^{i\theta} = e^{i\theta'}$ implique $\theta = \theta'$ en toute généralité.

Q9(b) : Il ne suffit pas de montrer qu'un polynôme P n'a pas de racines réelles pour conclure à son irréductibilité ; un argument supplémentaire portant sur le degré est indispensable. On rappelle aux candidats que "complexe" ne signifie pas "non réel".

Q9(C) : L'écriture en facteurs irréductibles n'est pas toujours correcte, de trop nombreux candidats mettent seulement $X - 1$ en facteur de $X^{n-1} + X^{n-2} + ...$

Q10(a) : Certaines copies ont du mal à distinguer l'affirmation "m et n sont premiers entre eux" de l'affirmation "m divise n ou n divise m" ; par exemple, 6 et 9 ne sont pas premiers entre eux

et pourtant 6 ne divise pas 9 et 9 ne divise pas 6.
Q11(a) : Le théorème de Lagrange est méconnu et, lorsqu'il est utilisé, il est rarement cité. Encore une fois, ne pas être premier avec n, même pour $m < n$, ne signifie pas diviser n.
Q11(c) : Cette question a mis en valeur les très bons candidats. Le début d'un raisonnement par récurrence doit commencer par l'annonce du résultat qui va être démontré et doit être quantifié correctement. Cela permet non seulement au lecteur de mieux suivre ce qui va être fait mais cela permet surtout au candidat de savoir ce qu'il veut faire. La mise en place d'une récurrence forte était primordiale, car rien ne permet de dire que $A - a_n X^{n-m} B$ est de degré exactement n.
Q12 : Trop de candidats ignorent le théorème "A est diagonalisable si et seulement si il existe un polynôme annulateur scindé à racines simples de A" et affirment que $X^r - 1$ est, ou bien le polynôme caractéristique de A (ce qui est sans espoir si $k \neq r$), ou bien son polynôme minimal, ce qui n'est pas vrai en général. Plus généralement, beaucoup de candidats confondent polynôme annulateur, minimal et caractéristique. De plus, si l'on connait un polynôme annulateur, celui-ci n'est pas forcément le polynôme minimal ou encore le polynôme caractéristique.
Il convient de faire la différence entre l'affirmation "les valeurs propres sont des racines n-ième de l'unité" et "les valeurs propres sont les racines n-ième de l'unité". De plus, le théorème de d'Alembert-Gauss est mal connu et est transformé ; tout polynôme à coefficients constants est certes scindé dans $\mathbb{C}$, mais pas forcément à racines simples.
Enfin, trop de candidats confondent "diagonalisable" et "inversible".
Q14 : Dans cette question, qui a mis en valeur les candidats solides, il faut veiller à utiliser correctement les quantificateurs. Trop de candidats ne savent pas écrire la propriété à montrer au rang $n = 1$. De plus, la gestion des signes est trop souvent problématique ; il est à noter qu'il n'est pas apprécié de faire apparaître le résultat après plusieurs lignes de calculs erronés.
Q15(a) : Attention à la rigueur dans les notations, l'écriture $P(u(x))$ n'a pas de sens.
Q15(b) : Le lemme des noyaux ne s'applique qu'après avoir cité ses hypothèses ; en particulier, les polynômes doivent être premiers entre eux. La stabilité des noyaux doit se traiter rapidement.
Q15(c) : Question traitée par les excellentes copies qui montrent un certain recul en algèbre linéaire.
Q18(a) : Attention à ne pas confondre différentes écritures ; par exemple, $P(u)ou = uoP(u) = (XP)(u)$ et $P(u^2)$.
Q20(a) : Les candidats doivent éviter l'implication fausse "A inversible donc A diagonalisable".
Q21 : Attention aux affirmations hâtives ; par exemple, deux matrices ayant même polynôme caractéristique ne sont pas forcément semblables, c'est la réciproque qui est vraie. De même, deux matrices ayant le même polynôme minimal ne sont pas forcément semblables. Il s'agit d'une erreur qu'il convient d'éviter.
Q29 : Inverser une matrice de rotation ne doit pas demander pas de longs calculs.
Q42(a) : Alors que la factorisation est souvent bien démontrée dans les copies qui arrivent à cette question, le caractère irréductible est, en revanche, souvent oublié. Énumérer les trois éléments de $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ permet de vérifier s'ils sont ou non racines.

2.4 Seconde épreuve écrite

Le sujet est téléchargeable sur le site du jury, à l'adresse
`https://interne.agreg.org/data/uploads/epreuves/ep2/25-ep2.pdf`.

2.5 Quelques éléments de correction

Les éléments de correction de la seconde épreuve écrite sont également téléchargeables sur ce site, à l'adresse

`https://interne.agreg.org/data/uploads/rapports/corrige_ep2_2025.pdf`. Ces éléments de correction ne prétendent aucunement être exhaustifs.

2.6 Analyse de l'épreuve et commentaires par questions

Dans la partie VRAI OU FAUX du sujet, il faut faire apparaître clairement la conclusion, que ce soit en début ou en fin de réponse.
Par ailleurs, ce sujet est de difficulté progressive ; il est donc important que les premières questions soient abordées avec rigueur, de nommer les propriétés que l'on utilise et de prendre le temps de vérifier les hypothèses des théorèmes que l'on applique.
Dans l'exercice préliminaire on remarque des confusion entre produit scalaire, forme bilinéaire symétrique et norme (oublis du carré et de vérifier toutes les conditions) et souvent la symétrie des matrices (par ailleurs souvent simple à prouver) n'est pas vérifiée ou oubliée ; à ce propos on rappelle qu'une matrice réelle ayant des valeurs propres toutes positives n'est pas forcément dans $S_n^+(\mathbb{R})$.
Des remarques similaires sont valables pour la positivité : par exemple, la positivité du déterminant d'une matrice A ne garantit pas que toutes les valeurs propres de A sont positives.
Dans la première partie et les suivantes, les questions deviennent plus complexes et il faut s'efforcer de comprendre le sens du sujet, faire la distinction entre les différentes sections et savoir réutiliser ou adapter les résultats précédents. Dans ce contexte, les remarques faites précédemment restent d'autant plus valables ; il est nécessaire de montrer et rappeler les hypothèses (l'argument de dimension finie pour dire qu'un fermé borné est compact est souvent omis, ou encore dans la question 51 il faut rappeler que le vecteur u est non nul), de vérifier les notations à chaque pas (un nombre assez important de candidats pensent que C est encore la boule unité pour ces questions), de préciser la nature des objets (parfois $J(x)$ est traité comme un ensemble alors que c'est un nombre), de connaitre les définitions usuelles (comme celle de sous-espace affine) ou encore d'évoquer pertinemment les théorèmes (dans la question 26 les candidats ne pensent pas à l'inégalité de Cauchy-Schwarz).

VRAI OU FAUX :
Q1 : Il est important, particulièrement dans les premières questions du sujet, de nommer les propriétés que l'on utilise et de prendre le temps de vérifier les hypothèses des théorèmes que l'on applique. Par exemple, il faut mentionner la continuité des fonctions lorsque l'on utilise le théorème fondamental de l'analyse ; attention à ne pas évoquer ce théorème lorsque l'intégrande dépend de x. C'était une difficulté pour cette question. Lors de la rédaction d'une intégration par parties, il convient de citer le caractère C^1.
Q2 : Cette question, pourtant très classique et ne présentant pas de difficulté particulière, est trop souvent évitée ou mal traitée. Peu de candidats évoquent la continuité de la fonction à intégrer. Un grand nombre de candidats qui abordent cette question pensent que si la fonction tend vers 0 en l'infini alors l'intégrale converge ou inversement si la fonction tend vers $-\infty$ en 0 alors elle diverge. Autrement dit, chez beaucoup de candidats, on note une confusion du comportement de f avec celui de son intégrale.
Le recours aux intégrales de Bertrand est à éviter ici. Il s'agit de la deuxième question du sujet et les candidats doivent étudier explicitement la convergence.
Il est important de parler du signe de l'intégrande lors de l'utilisation d'un équivalent (ou de l'intégrabilité de la fonction de référence).
Q3 : La positivité d'une probabilité est un argument important très souvent négligé. Certains n'hésitent pas à introduire la somme de la série harmonique.
Trop de candidats parlent de P dès le début du raisonnement alors même que l'objectif est précisément d'établir l'existence de P.
Q4 : La notion d'indépendance de variables aléatoires est un argument à ne pas oublier ; trop de candidats considèrent, par défaut, que les variables aléatoires sont indépendantes. De plus, si le résultat est vrai lorsque les variables aléatoires sont indépendantes, n'implique en rien que si les variables aléatoires ne sont pas indépendantes alors le résultat est faux. Il s'agit là d'une faute de logique importante.

Q6 : Un dessin est apprécié. Attention, l'union de deux intervalles disjoints peut être connexe ; c'est le cas par exemple pour $[0,1[$ et $[1,2]$. Un contre-exemple correctement justifié est préférable à une affirmation générale incertaine.
Q7 : Le fait que les ensembles convexes de $\mathbb{R}$ soient les intervalles est en général connu. En revanche le fait de montrer que la densité d'un tel ensemble dans $\mathbb{R}$ implique qu'il s'agit de $\mathbb{R}$ tout entier est très souvent mal justifié. Certains candidats pensent (à tort) que les seules parties denses de $\mathbb{R}$ sont $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$.

Exercice préliminaire :
Dans certaines copies, on a consté des confusions entre ϕ et le produit scalaire usuel de $\mathbb{R}^n$.
Q8 : Cette question classique a plutôt bien été traitée ; parfois, des confusions entre norme et produit scalaire ont été observées. De plus, un produit scalaire ne se limite pas à une forme bilinéaire symétrique. Cette dernière propriété est souvent trop hâtivement démontrée.
Q9 : Il est regrettable que des candidats confondent les symboles d'appartenance et d'inclusion, par exemple en écrivant $Sp(A)$ appartient à $\mathbb{R}^+$. De même, malgré le préambule, certains confondent le produit scalaire de $\mathbb{R}^n$ et celui des matrices carrées et écrivent à tort $< Ax, x >= tr(Ax\, x^T)$.
Pour montrer que A est symétrique et positive, il faut montrer que $< Ax, x >\geqslant 0$ pour tout x et pas seulement pour un vecteur propre. Et écrire que si c'est vrai pour un vecteur propre, c'est vrai pour tout x car A admet une base de vecteurs propres, n'est pas recevable sans plus d'explications.
Il est important de rappeler que ($a \geqslant 0$ et $ab \geqslant 0$) n'implique pas $b \geqslant 0$. En effet, le couple $(a, b) = (0, -1)$ nous en donne un contre-exemple simple. Aussi, dans la question 9.a, l'inégalité $\lambda||x||^2 \geqslant 0$ implique $\lambda \geqslant 0$ car $||x|| > 0$ du fait que x est un vecteur propre. Cette justification, souvent omise, est fondamentale ici.
Dans la suite de l'épreuve, certains candidats considèrent qu'une matrice réelle ayant des valeurs propres toutes positives appartient à $S_n^+(\mathbb{R})$; c'est faux si la matrice n'est pas symétrique. De même, certains candidats pensent qu'il suffit de montrer que le déterminant d'une matrice A est positif pour garantir que toutes les valeurs propres de A sont positives ; là encore, il est facile de construire des contre-exemples avec une matrice diagonale par exemple.
Enfin, certains candidats pensent qu'une matrice diagonalisable est diagonale.
Q10 : Certains candidats montrent directement le caractère positif sans vérifier que la matrice B^TAB est symétrique.
Q11 : Même remarque que pour la question 10. Il ne faut pas uniquement montrer que pour $t \in [0,1]$ et A, B symétriques positives (resp. définies positives) la matrice $tA+(1-t)B$ est positive (resp. définie positive) ; il faut au préalable préciser avant que c'est une matrice symétrique. Certains candidats pensent que l'image réciproque d'un convexe par une application continue est un convexe ; on note une confusion entre convexe et connexe. Néanmoins cette question est assez souvent bien réussie.
Q12 : Attention, l'ensemble des matrices symétriques ayant valeurs propres positives n'est pas un espace vectoriel. Pour montrer le caractère fermé, dire que $S_n^+(\mathbb{R})$ est l'image réciproque de $\mathbb{R}_+$ par l'application continue $x \mapsto < Ax, x >$ n'est pas suffisant.
Q13 : L'inclusion de l'adhérence de S_n^{++} dans S_n^+ est souvent obtenue, mais l'inclusion réciproque est rarement traitée. On note quelques inclusions dans le mauvais sens entre S_n^{++} et S_n^+.
Q14 : Attention à bien diagonaliser S dans une base orthonormée. Il ne suffit pas de considérer P inversible telle que $P^{-1}SP$ soit diagonale ; on a besoin que P soit dans $O(n)$, c'est ce qui permet d'obtenir que R est symétrique. Alors que cette dernière propriété est rarement vérifié, la plupart des candidats se contentent de signaler que ses valeurs propres sont strictement positives.
De façon générale, dans cet exercice préliminaire, même si les questions étaient de difficultés variables, les objets manipulés restait très classiques ; les candidats doivent être à l'aise avec toutes ces notions.

Première partie

Dans cette partie, des candidats utilisent des inégalités entre des vecteurs, d'autres assimilent une borne inférieure à un minimum et certains considèrent $J(x)$ comme un ensemble alors que c'est un nombre ; ces erreurs ne sont pas acceptables.
Q16 : L'argument de dimension finie pour dire qu'un fermé borné est compact est souvent omis. Certains candidats se contentent de dire que $0 \in C$, alors qu'il fallait justifier que 0 était intérieur à C.
Q17 à Q20 : Un nombre assez important de candidats pensent que C est encore la boule unité pour ces questions et certains prennent x dans C, alors que x doit être pris dans $\mathbb{R}^n$.
Attention, lorsque A est inclus dans $[0, +\infty[$, $inf A = 0$ n'implique pas que pour tout $\epsilon > 0$, on a $\epsilon \in A$. On ne peut pas non plus dire que $0 \in A$.

Deuxième partie

Q24 : La projection orthogonale sur un sous-espace n'est pas toujours bien utilisée.
Q25 a) : La définition de sous-espace affine n'est pas bien connue.
Q26 b) : Les candidats ne pensent pas à l'inégalité de Cauchy-Schwarz.

Cinquième partie

Q46 : Question souvent abordée, mais les candidats oublient de préciser que f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ avant de dériver.
De plus, l'intérêt de la convexité de f pour les questions suivantes n'est pas compris.

Sixième partie

Q51 : Question souvent traitée. Il faut rappeler que le vecteur u est non nul pour conclure rigoureusement sur les dimensions. Certains pensent que $< u, v >= 0$ et $u \neq 0$ implique que $v = 0$ (ce qui n'est vrai que si l'espace est de dimension 1).

2.7 Conseils aux candidates et aux candidats

Il est très fortement conseillé d'écrire à l'encre noire ou bleu foncé sur les copies. Les copies étant scannées, l'encre bleu clair peut être difficile à décrypter. Puisqu'il s'agit d'un concours à destination d'enseignants, on s'attend à une présentation propre des copies. Or, la qualité rédactionnelle des copies laisse parfois à désirer, avec une orthographe approximative et une écriture peu lisible. Il est donc essentiel d'écrire avec soin et clarté rédactionnelle : suivre les lignes des copies, mettre en évidence les résultats obtenus, numéroter les questions, utiliser préalablement des brouillons pour établir les raisonnements. Sur le plan mathématique, il faut citer les énoncés utilisés, mettre en évidence la vérification des hypothèses, quantifier les expressions mathématiques, vérifier la cohérence de ce que l'on écrit, préciser la nature des objets mathématiques et ainsi éviter certaines erreurs, comme écrire qu'un nombre est égal à un ensemble ou faire une confusion entre les symboles d'appartenance et d'inclusion. Il est par ailleurs déconseillé de recopier les énoncés des questions sur les copies, afin que les correcteurs puissent bien identifier où commence le développement du candidat.

3 Rapport sur les épreuves orales

Les épreuves orales ont pour objectif « d'évaluer la capacité de concevoir, de mettre en œuvre et d'analyser l'enseignement d'une question mathématique donnée », ainsi que l'énonce l'arrêté

définissant les épreuves du concours, disponible à l'adresse
`https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000021625792/2019-02-10/`.
Ces épreuves supposent une solide préparation car il faut savoir, sur un sujet précis, rassembler et structurer ses connaissances en vue d'exposer les notions mathématiques afférentes, de proposer des applications et des exemples d'illustration, de sélectionner des exercices formateurs et adaptés. Pour cela, les candidates et les candidats sont notamment encouragés à faire de nombreux exercices d'entraînement afin d'acquérir une familiarité et une aisance suffisantes avec les notions mathématiques qu'ils n'ont pas l'occasion d'enseigner. Il est également important de préparer des plans possibles pour les différents sujets proposés. Le jury attend du candidat qu'il montre sa capacité à s'engager dans un véritable échange scientifique, ouvert et constructif. Il est conseillé de se montrer attentif aux questions, d'expliciter ses pistes de recherche et le fil de son raisonnement mathématique. Au delà de la maîtrise des connaissances du programme, c'est bien la maîtrise des compétences mathématiques et professionnelles du candidat qui pourra ainsi être valorisée.

Chacune des deux épreuves orales comporte un temps de préparation de trois heures. Les candidates et les candidats reçoivent une convocation aux épreuves d'admission mentionnant l'heure du début des opérations (accueil, consignes pratiques, vérification d'identité et tirage du sujet ; il est recommandé par sécurité de se présenter un quart d'heure avant), ainsi que l'heure de passage devant la commission d'oral pour chacune des deux épreuves qui ont lieu, sur deux jours consécutifs, y compris dimanches et jours fériés. À leur première épreuve orale (épreuve d'exposé), les candidates et les candidats tirent un couplage de deux sujets (au choix) qui relève soit du domaine *algèbre et géométrie* soit du domaine *analyse et probabilités*. Pour leur seconde épreuve orale (exemples et exercices), ils tirent un couplage de deux sujets au choix pris dans le domaine complémentaire (analyse et probabilités si le domaine de l'exposé était en algèbre et géométrie et vice-versa).

La bibliothèque de l'agrégation est disponible sous format numérique. En salle de préparation, les candidates et les candidats y ont accès ainsi qu'à d'autres ressources numériques : ouvrages numériques, programmes scolaires et documents ressources, derniers rapports du jury, programme du concours... Ils ont également la possibilité d'apporter leurs propres ouvrages sous réserve que ces derniers soient commercialisés [1] avec un numéro ISBN et qu'ils ne comportent aucune annotation, aucun surlignage, aucun marque-page etc., faute de quoi ils pourraient être suspectés de tentative de fraude. Les candidates et les candidats sont invités à bien s'en assurer avant de rejoindre le centre d'épreuves.

Dans la salle de préparation, chaque candidat dispose d'un espace numérique de travail avec les ressources et logiciels prévus. La liste des logiciels et livres numériques fournis est disponible sur le site du jury, à l'adresse `https://interne.agreg.org/index.php?id=oraux`. Pour se connecter à cet espace numérique, des identifiants lui sont communiqués lors du tirage des sujets. Tous les fichiers qu'il crée sont enregistrés sur le réseau et le candidat peut les retrouver à l'identique dans la salle d'interrogation.

3.1 Considérations générales

Il appartient aux candidates et aux candidats de bien prendre connaissance des conditions de passation de chacune des épreuves orales et notamment du fait qu'elles sont structurées en trois temps bien distincts et limités en durée : un temps de présentation ou d'exposé (avec notes), un temps de développement (sans notes) et un temps réservé aux questions du jury. Pendant les deux premières parties, le jury n'intervient pas, sinon en comptable du temps.

1. Les impressions de livres numériques ainsi que les polycopiés ne sont pas autorisés.

3.1.1 Critères d'évaluation

Le jury fonde son évaluation sur un ensemble de critères variés permettant d'apprécier à leur juste valeur les prestations des candidates et candidats. Il est particulièrement attentif :

- à la maîtrise mathématique du sujet :
  - maîtrise des contenus afférents au sujet et cela au niveau attendu par le concours ;
  - exactitude et précision des énoncés des définitions, théorèmes ou propriétés ;
  - rigueur des démonstrations et des raisonnements logiques, mise en évidence de l'utilisation des hypothèses ; maîtrise des quantificateurs, de la logique ;
  - capacité à mobiliser ses connaissances mathématiques en vue de résoudre un problème ou d'expliquer un phénomène ;
  - mise en lien des différentes idées et notions évoquées ;
  - etc.
- à la pertinence de la présentation au regard du sujet donné :
  - bonne couverture du thème avec un réel contenu mathématique et sans hors sujets ;
  - niveau auquel le candidat choisit de se placer (un niveau trop élémentaire est sanctionné de même qu'un niveau trop élevé s'il est mal maîtrisé) ;
  - cohérence du plan et des articulations entre les différentes parties et notions présentées ;
  - choix du développement proposé ;
  - diversité, richesse, progressivité des exercices retenus (ces derniers devant se compléter pour couvrir l'ensemble des problématiques du sujet) ;
  - etc.
- aux qualités pédagogiques :
  - clarté de l'expression orale ;
  - clarté et cohérence des notations employées ;
  - capacité à motiver ses choix et ses actions, à expliquer clairement les raisons de sa démarche ;
  - gestion du temps ;
  - capacité à communiquer efficacement en se servant de différents supports (tableau, écran de projection) ;
  - présentation et gestion du tableau, organisation des calculs, etc.
  - capacités d'interaction avec le jury (écoute, réactivité, prise d'initiatives, capacité à mobiliser ses connaissances et à rectifier une erreur etc.) ;
  - utilisation convaincante, le cas échéant, des outils numériques ;
  - etc.

3.1.2 Usage des moyens informatiques

les candidates et les candidats trouvent en salle de préparation l'environnement numérique de travail agregOS. En amont des épreuves orales, ils peuvent se familiariser à cet environnement à l'adresse
`https://interne.agreg.org/agregOS/`.

L'enseignement des mathématiques nécessite l'utilisation d'outils informatiques, qu'il s'agisse de logiciels prêts à l'emploi ou d'algorithmes résolvant des problèmes de manière effective. Certaines tâches techniques (longs calculs, tracés de courbes, résolutions approchées de problèmes, etc.) sont facilitées par des logiciels spécialisés et certains logiciels interviennent couramment comme outils pédagogiques (représentation dynamique de situations géométriques, simulation d'expériences aléatoires...). L'enseignement d'algorithmique et de programmation fait partie intégrante des programmes de mathématiques au collège comme au lycée ; les professeurs de mathématiques enseignant en classes préparatoires ont vocation à s'impliquer dans l'enseignement d'informatique inscrit dans les maquettes des formations. C'est dans cet esprit que des moyens informatiques sont mis à disposition pour les deux épreuves orales afin que les candidates et les candidats puissent valoriser leurs compétences dans ce domaine. Une utilisation pertinente en est attendue. La liste des logiciels disponibles peut être consultée sur le site du jury à l'adresse `http://interne.agreg.org`.

3.1.3 Conseils généraux aux candidates et aux candidats

Il convient en premier lieu de lire très attentivement le sujet et de bien en délimiter le périmètre pour éviter aussi bien des oublis que des hors sujets.

Il est attendu de candidates et candidats à un concours tel que celui de l'agrégation une maîtrise compléte du programme du lycée (par exemple concernant les notions de continuité et de dérivabilité, l'intégration ou la dérivation de fonctions usuelles ou encore les intersections de droites ou de plans dans l'espace etc.). Des manques de ce niveau ne peuvent être que fortement sanctionnés par le jury.

Il est vivement déconseillé d'utiliser sans recul les ouvrages livrant des leçons « prêtes à l'emploi ». D'une part, parce que le but de l'épreuve orale est précisément de montrer sa propre capacité à structurer l'exposé d'une question donnée, ce qui suppose souvent de comparer plusieurs ouvrages et de faire des choix réfléchis. D'autre part, parce que le jury connaît parfaitement ces ouvrages, ce qui l'amène souvent à s'assurer de la bonne maîtrise par les candidates et les candidats des passages délicats et bien identifiés par lui.

Lors du développement (première épreuve orale) ou de la correction de l'exercice (seconde épreuve orale), attention à ne pas sacrifier la rédaction pour gagner du temps : les candidates et les candidats doivent chercher à mettre en valeur leurs compétences en terme de rigueur et de rédaction. Il est attendu un minimum de rigueur dans l'usage des quantificateurs, des variables et des indices. Les hypothèses, les conclusions, méritent d'être explicitement écrits avec les locutions adaptées (*supposons, donc,...*). On doit pouvoir différencier, à la lecture du tableau, les hypothèses et les conclusions. Comme pour les épreuves écrites, le jury attire l'attention sur la rigueur mathématique attendue : les énoncés des théorèmes et des définitions doivent être précis et complets, les quantificateurs ou connecteurs logiques doivent être rigoureusement utilisés.

L'usage pertinent des outils numériques pour illustrer ou clarifier un thème est à favoriser et est quasiment inévitable pour le traitement de certains sujets qui énoncent des aspects algorithmiques ou des calculs approchées d'intégrales. Il est vraiment dommage de ne pas proposer un code lors d'une leçon liée à l'algorithmique : a minima, la présentation d'un pseudo-code est attendue dans ces leçons. Par exemple, le sujet 428 *Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires*, il est attendu du candidat qu'il puisse présenter au moins une procédure en lien avec le titre, par exemple celle d'Euler. Dans les thèmes de probabilités, il serait agréable de voir des propositions de simulation informatique de variables aléatoires réelles, des calculs approchés de probabilités ou d'espérances. Précisons tout de même que, lorsqu'il y en a un, le contenu informatique préparé par le candidat a vocation à être présenté lors des deux premières parties de l'oral, et non pendant l'entretien qui suit.

3.2 L'épreuve orale d'exposé

L'épreuve orale d'exposé se déroule en trois temps :

— présentation du plan (durée maximale de 15 minutes) ;
— développement d'un élément du plan choisi par le candidat (durée maximale de 15 minutes) ;
— questions du jury (pour la durée complémentaire de l'épreuve).

3.2.1 Présentation d'un plan détaillé

Il s'agit de présenter les notions et les principaux résultats liés au sujet. C'est un exercice de synthèse. Le candidat est invité à bien cerner le contour de la leçon. Le plan doit être cohérent sur l'ordre de présentation des différentes notions ou théorèmes. Il est aussi important que l'exposé ne se résume pas à une accumulation de définitions, de propriétés ou de théorèmes et qu'il y ait

un minimum de cohérence entre et au sein des parties. Il faut savoir prendre du recul et souligner oralement les liens entre les différents résultats présentés.
Un plan avec des intitulés de paragraphes est attendu. Il est inutile de détailler les notations et définitions élémentaires et de trop s'attarder sur les prérequis, afin de disposer d'un temps suffisant pour aborder la partie consistante et centrale du sujet. Il n'est pas attendu du candidat qu'il écrive tout en détail au tableau. Il peut varier les modalités de présentation au cours des quinze minutes, afin de donner davantage de dynamisme à la leçon et mettre en valeur le cœur du sujet. Par exemple, certains candidats ont choisi de projeter les définitions initiales alors que les théorèmes ou propriétés sont écrits au tableau, ce que le jury a apprécié. Attention toutefois à ne pas projeter un plan trop fourni et issu d'un livre ! Quel que soit le format choisi par le candidat, le propos doit rester rigoureux, les théorèmes importants ou les propriétés centrales du sujet doivent être énoncés avec précision (hypothèses, quantificateurs existentiels ou universels. . .).

Il est très apprécié d'être capable de fournir des exemples et contre-exemples des propriétés ou théorèmes cités. En particulier, il convient d'avoir réfléchi aux réciproques des conditions nécessaires ou suffisantes énoncées dans le plan. De même, les candidats sont invités, lorsque c'est pertinent, à proposer des applications, même si cela n'est pas explicitement demandé dans le libellé du sujet.

Le plan doit refléter les capacités de synthèse que l'on est en droit d'attendre d'un professeur de mathématiques. Lorsque le thème de la leçon est vaste, il n'est pas indispensable de tout dire, mais il faut préciser en début d'exposé les choix faits pour la présentation.

Une motivation pertinente, même orale, des notions fondamentales introduites est bienvenue, tout comme les exemples qui permettent d'illustrer les résultats théoriques. Le jury apprécie toute application dans des domaines variés témoignant d'une solide maîtrise mathématique et d'une bonne culture scientifique du candidat. Ce dernier est encouragé à illustrer les exposés par des schémas, par exemple pour la méthode de Newton ou la comparaison série/intégrale.

3.2.2 Développement

Le développement consiste à détailler et exposer une situation mathématique significative et importante de la leçon (souvent la démonstration d'un théorème), et figurant explicitement dans le plan. À ce titre le candidat doit s'assurer qu'il a prévu dans son plan le moment adéquat pour écrire proprement l'énoncé du développement. Ce développement se fait sans notes, celles-ci pouvant être consultées occasionnellement avec l'accord du jury (par exemple pour vérifier une hypothèse ou une notation). Il permet au jury d'apprécier les compétences mathématiques du candidat et sa capacité à effectuer une présentation vivante, claire et maîtrisée d'une question. Le développement ne doit pas se limiter à la « récitation » d'une démonstration apprise par cœur. Le candidat doit au contraire montrer qu'il domine son sujet en présentant le canevas de la démonstration, en annonçant avec précision les résultats intermédiaires qu'il cherche à établir et le type de raisonnement qu'il met en œuvre (raisonnement par l'absurde, par analyse-synthèse, par récurrence, etc.), en indiquant les moments où interviennent les hypothèses, etc. Il est également attendu une présentation rigoureuse (quantificateurs appropriés, hypothèses de récurrence précises...). Enfin, il est souhaitable pour le candidat de savoir aller plus en profondeur sur le développement présenté, notamment lorsqu'on modifie légèrement les hypothèses. Cela permet au jury de s'assurer de la compréhension de leur rôle dans la construction du résultat énoncé.

Le choix du développement revient au candidat et non aux examinateurs. Rappelons que ce choix est en soi un élément de l'évaluation. Le point développé doit être substantiel, consistant et au cœur du sujet. Il n'est pas admissible de démontrer un théorème en admettant l'essentiel du contenu mathématique de sa preuve dans un lemme énoncé dans le plan et en se contentant de faire de simples vérifications.

3.2.3 Questions du jury

La première étape pour bien répondre à une question du jury est de prendre le temps de l'écouter et de se l'approprier.

Les premières questions permettent souvent de corriger les éventuelles imprécisions ou erreurs figurant dans le plan ou dans le développement. Il ne s'agit pas nécessairement d'une remise en question totale de ce qu'a fait le candidat ou la candidate. Les questions suivantes visent à s'assurer de la bonne compréhension et d'une maîtrise suffisante des notions présentées par le candidat. Elles peuvent aussi consister à appliquer un résultat de la leçon sur un exemple proposé par le jury. Elles peuvent également proposer des exemples simples permettant mettre en œuvre les capacités de raisonnement du candidat. Elles ne nécessitent que très rarement de longs arguments. Si le candidat n'a pas proposé d'exemple ou de contre-exemple, cela pourra lui être demandé à ce moment de l'épreuve. De même, le candidat doit s'attendre à ce que le jury lui demande des justifications, voire des démonstrations, de points ou notions qu'il aura exposés.

Le jury demande très souvent aux candidats d'écrire certaines définitions ou résultats au tableau. Il est alors important d'écrire proprement un énoncé correct, propre et complet. Or, les énoncés et les démonstrations ne sont pas toujours donnés à la précision attendue : oubli des quantificateurs, récurrence sans hypothèse de récurrence claire. Lors des questions, les candidats ne doivent pas hésiter pas à prendre des notes au tableau. Cela peut éviter une réponse orale floue. Parfois un petit calcul rigoureux au tableau permet très rapidement de clarifier le débat.
Le jury regrette la lenteur de certains candidats à répondre aux questions. S'il importe de prendre le temps de réfléchir, il est apprécié de montrer un certain dynamisme jusqu'au bout de l'oral. Les capacités de recherche et d'interaction du candidat avec le jury sont particulièrement évaluées lors de ce temps de l'épreuve. Réfléchir à haute voix, reformuler la question posée, se placer dans un cas particulier quand on ne voit pas comment traiter le cas général, s'aider de figures ou de schémas sont autant d'attitudes qui sont valorisées par le jury.

3.2.4 Conseils aux candidates et aux candidats

À propos de l'exposé.

Gestion du tableau : le candidat doit s'approprier l'espace du tableau dont il dispose. On peut écrire une leçon ou un développement sur trois colonnes. Il est bien sûr possible d'effacer le tableau après avoir demandé au jury.
Gestion du temps : le candidat doit distinguer les prérequis qu'il peut admettre, au risque de se perdre dans des longueurs préjudiciables à la présentation complète de leur plan. Plus généralement, le jury attend une écriture lisible et un candidat qui s'adresse à lui. Des candidats proposent des contenus variés et c'est heureux : il n'y a pas une manière unique de faire une belle prestation sur un sujet donné. Il faut se méfier des plans ou séries d'exercices clé en main proposés par certains livres. Sans apport personnel ou critique, ils parviennent rarement à convaincre de l'appropriation des notions. L'utilisation artificielle et peu pertinente de parties visiblement préparées pour d'autres leçons ou pour l'oral 2 est peu appréciée. Le candidat doit adapter le niveau de sa leçon à son niveau, sans rester à un niveau lycée. Il doit pouvoir expliquer tout ce qu'il présente.

Les schémas sont appréciés et participent activement à la clarté de l'exposé (TVI, dichotomie, etc.). Certaines leçons nécessitent une illustration graphique, traiter la leçon sur la convexité ou la méthode de Newton sans aucune illustration est regrettable.

Le candidat doit veiller à bien analyser son sujet. Par exemple, concernant la leqn portant sur les suites dans un espace vectoriel normé , il est regrettable que le tiers du plan porte sur la définition et les propriétés d'une norme. Sur les séries, on note beaucoup de confusion entre la série et la somme de la série. Concernant sur les intégrales d'une fonction dépendant d'un paramètre ; propriétés, exemples et application), le jury regrette de ne pas voir de paragraphe concernant les intégrales pour lesquelles le paramètre est dans la borne. Les variables aléatoires continues sont peu évoquées, se limiter aux discrètes dans certaines leçons de probabilités est regrettable. Les leçons sur l'intégration sont multiples, et les candidats ne tiennent pas suffisamment compte de la spécificité de chacune d'entre elles. La notion de convergence uniforme est souvent mal traitée et confondue avec la convergence simple. Beaucoup de candidats affirment la convergence uniforme voire normale d'une série entière sur l'ouvert de convergence en toute généralité.

Un certain nombre de candidats appuient leur discours sur une présentation projetée, des illustrations geogebra ou des simulations python ; ce sont souvent d'excellentes initiatives. De même des présentations synthétiques, par exemple sous forme de carte mentale, qui mettent bien en évidence comment les notions clefs entrent en jeu, peuvent donner une impression positive. Néanmoins, d'autres candidats, qui ont pourtant utilisé un logiciel de géométrie dynamique pendant leur préparation, ont tendance à ne pas en parler lors de leur présentation du plan/du développement alors qu'ils auraient le temps de le faire. Le jury regrette que ces productions ne soient pas mises en valeur par les candidats. Concernant les thèmes associés au calcul de valeur approchée, le jury aurait apprécié de voir davantage utiliser l'outil informatique. Les candidats l'ayant mis à profit ont été valorisés, de même que ceux qui ont présenté une illustration Geogebra pertinente pour une leçon sur les barycentres. Les sujets précisant une attente en algorithmique pourraient être illustrés avec un programme en Python.

À propos du développement.

Le développement choisi doit avoir un lien important avec le thème de la leçon. Un développement de 15 minutes ou seules 2 minutes sont en rapport avec la leçon est considéré comme hors sujet.

Il est nécessaire de bien comprendre toutes les étapes du raisonnement écrit dans un livre, où certains détails sont parfois absents : le jury attend du candidat qu'il soit capable d'expliquer tous les passages de son développement. Ainsi, lorsque le candidat choisit de développer le critère d'Eisenstein, trop souvent le point délicat du raisonnement n'est pas identifié par les candidats et n'est donc pas compris.

Il convient de savoir bien définir les objets dont on parle lors d'un développement, car les séances de questions débutent souvent par le rappel d'une notion ou la vérification du recul vis à vis de celle-ci. Cette remarque est particulièrement valable pour des développements très classiques, tels que Eisenstein ou le caractère $\mathcal{C}^\infty$ de la fonction Γ. Avant de se lancer dans le cœur du développement ou d'une longue preuve, il est apprécié d'expliquer d'abord les idées, les étapes et les théorèmes qui vont être utilisés.

À propos du niveau. Au sujet du niveau auquel le candidat place son exposé, il convient d'éviter deux écueils : celui de se placer à un niveau trop élémentaire et celui de vouloir traiter des questions que l'on ne maîtrise pas ou mal. Il appartient au candidat de proposer un exposé en adéquation avec le niveau du programme de l'agrégation interne : pour certaines leçons qui peuvent se traiter à un niveau élémentaire (par exemple, la leçon 207, *théorème des valeurs intermédiaires. Applications*), il est nécessaire de proposer des applications d'un niveau dépassant l'enseignement secondaire. Il est également nécessaire de maîtriser les notions, théorèmes et exemples donnés dans le plan : si le jury peut comprendre que le candidat ne sache pas démontrer de façon immédiate tous les théorèmes de la leçon, il attend au moins une idée des preuves de ces théorèmes et que les applications mentionnées dans l'exposé (et donc explicitement choisies par le candidat) puissent être expliquées. Il appartient donc au candidat de ne pas multiplier les exemples « séduisants » s'il ne sait pas les développer au moins dans les grandes lignes. Des développements ambitieux sont parfois proposés sans que certains exercices de niveau plus modeste soient maîtrisés (par exemple, le concours des médianes dans un triangle, des calculs de PGCD ou de PPCM...). Si un candidat propose un développement ambitieux comme le théor ème du point fixe de Brouwer, il doit au minimum savoir le montrer en dimension 1. Attention en revanche aux développements trop élémentaires qui plafonnent forcément la note finale. Par exemple, le développement sur les enfants qui jouent à la balle, qu'on trouve fréquemment dans les leçons ou exercices de probabilité et réduction, est d'un niveau à peine supérieur à celui de la

Terminale et ne permet pas au candidat de se mettre assez en valeur pour espérer une bonne note.

3.3 L'épreuve orale d'exemples et exercices

L'épreuve d'exemples et exercices consiste à présenter une sélection de situations particulières d'enseignement sur un thème donné. Le candidat témoigne ainsi de sa maîtrise mathématique du sujet et de sa réflexion pédagogique relative à son enseignement. En réponse au sujet qu'il a retenu, le candidat propose trois à six exercices ou exemples dont il rédige l'énoncé sur des feuilles pré-imprimées qui lui sont remises. À l'issue de la préparation, des photographies de ce document sont réalisées et remises aux examinateurs. Le candidat dispose de trois feuilles pour présenter son choix d'exercices, accompagnées éventuellement d'une quatrième pour les figures.

L'épreuve orale se déroule en trois temps :

- présentation motivée de l'ensemble des exercices ou exemples sélectionnés par le candidat (durée maximale de 10 minutes) ;
- résolution commentée d'un des exercices ou exemples au choix du candidat parmi ceux qu'il vient de présenter (durée maximale de 15 minutes) ;
- questions du jury (pour la durée complémentaire de l'épreuve).

L'épreuve n'est pas censée représenter une séance devant une classe de collége ou de lycée ; des objectifs plus ambitieux et un rythme plus soutenu doivent être adoptés sous réserve d'une bonne maîtrise des notions mathématiques sous-jacentes et d'une certaine qualité d'exposition.

L'attention des candidates et candidats est appelée sur les deux points suivants :

- la formulation d'un énoncé est un acte pédagogique et le candidat est invité à modifier ceux des ouvrages qu'il consulte, en fonction de l'objectif pédagogique qu'il se fixe. Ainsi, par exemple, des énoncés segmentés en de trop nombreuses questions ne demandant que des vérifications élémentaires ne sont pas adaptés à cette épreuve ;
- la démonstration d'une propriété du cours nécessite, si le candidat souhaite la proposer dans sa liste d'exercices ou d'exemples, un réel travail de transformation pédagogique pour qu'elle devienne un véritable exercice, au risque sinon de dévoyer le sens de cette épreuve en reprenant à l'identique des énoncés qui ont en fait toute leur place dans l'épreuve d'exposé.

Cette épreuve nécessite un important travail de préparation en amont car elle suppose une réflexion transversale préalable sur les notions figurant au programme afin de pouvoir en présenter des illustrations variées. Elle demande du recul et il ne faut pas s'étonner de voir le jury demander le schéma général de résolution d'un exercice proposé par le candidat, sans en demander tous les détails : cela suppose de bien maîtriser les mathématiques sous-jacentes et exclut en particulier la recopie d'exercices trouvés à la hâte dans divers recueils.

3.3.1 Présentation motivée des exercices ou exemples

Il s'agit d'expliquer soigneusement les raisons qui ont conduit au choix des exercices et il est inutile de recopier les énoncés au tableau, le jury en disposant déjà. Motiver le choix d'une liste d'exercices, c'est en expliquer la pertinence par des raisons d'ordre pédagogique ou mathématique (l'un n'excluant pas l'autre), préciser les prérequis, situer les exercices dans leur contexte, commenter leur apport sur le plan pédagogique, etc. Le jury recommande aux candidates et aux candidats de préparer soigneusement cette phase de l'épreuve, trop d'entre eux arrivant encore démunis de tout argumentaire solide.

Voici quelques éléments de motivations possibles :

Objectif : s'il est important d'indiquer à quel public s'adressent les exercices et ce qu'ils supposent connu de ce public, ceci doit être fait brièvement. Il faut également décrire quel est l'objectif de chaque exercice : illustration ou complément d'un résultat de cours, entraînement à une technique de calcul particulière, mise en évidence d'une propriété remarquable, etc. Insistons : cette présentation doit être concise.

Niveau : les difficultés éventuelles d'un énoncé doivent être mises en évidence. Le souci de graduer ces difficultés ou d'aider à les surmonter par des indications appropriées ou des questions intermédiaires constitue un aspect possible de la présentation des exercices. Il est important d'indiquer l'apport mathématique de chaque exercice choisi.

Cohérence : les énoncés ne doivent pas constituer une collection hétéroclite, sans que jamais ne se dégage une quelconque méthode un peu générale : leur ensemble doit posséder un certain degré de cohérence, variable selon les sujets. Il serait bon que les candidates et les candidats puissent dégager les idées, méthodes générales qui entrent en jeu même si elles sont illustrées dans les exercices sur des cas particuliers. Indiquer les connexions pouvant relier certains énoncés est une démarche appréciée, de même que l'indication de la place de ces exercices dans une séquence d'enseignement. Dans tous les cas, il faut s'assurer que les exercices retenus sont en adéquation avec le sujet proposé et « balayent » effectivement l'ensemble du sujet. Un niveau adapté au concours de l'agrégation interne est attendu. Un choix important d'exercices élémentaires est sanctionné. De même, la répétition de méthodes identiques dans plusieurs exercices n'apporte pas la variété attendue. Enfin, il est maladroit de proposer un premier exercice puis un deuxième qui généralise le premier. Par exemple traiter la méthode de Newton et l'algorithme de Babylone dans la même feuille d'exercices n'est pas judicieux. En algèbre linéaire, trop de planches d'exercices se limitent aux dimensions 2 et/ou 3, à utilisation systématique du polynôme caractéristique pour déterminer les valeurs propres. La notion de rang est mal maitrisée.

Intérêt : un exercice peut apporter un éclairage particulier sur une notion ou laisser entrevoir un développement de celle-ci ou encore en donner une application pertinente. De tels critères peuvent être mis en avant pour justifier du choix d'un exercice. Il est d'ailleurs bon de citer les concepts ou théorèmes sous-jacents. Lorsqu'il existe diverses méthodes ou outils pour résoudre un problème donné, un exercice peut avoir pour objectif d'en comparer certaines, ne serait-ce que sur des exemples.

Originalité : le choix d'un exercice ne doit pas se limiter au recyclage de quelques situations.

Les candidates et les candidats doivent absolument savoir résoudre tous les exercices qu'ils proposent (ce qui va sans dire pour l'exercice qu'ils choisissent de développer).

3.3.2 Résolution détaillée d'un exercice ou d'un exemple

À l'issue de la présentation des exercices, le candidat désigne un exercice ou exemple qu'il se propose de résoudre en détail. Insistons, comme pour l'épreuve d'exposé, sur le fait que ce choix revient au candidat et non aux examinateurs et qu'il constitue un élément de l'évaluation. Au cours de cette phase, tout comme de la précédente, les examinateurs n'interviennent pas et le candidat doit faire preuve d'autonomie. Il convient néanmoins de mettre en avant certaines erreurs ou maladresses à éviter. Il est très maladroit, et pénalisant, de choisir de développer un premier exercice très élémentaire (la résolution est supposée durer quinze minutes), même si on a donné une liste progressive et substantielle. Il convient d'éviter de présenter un exercice que le nombre pléthorique de questions intermédiaires viderait de sa substance et qui cantonnerait le candidat à une succession de tâches atomisées. On rappelle que les candidates et les candidats doivent être capables de fournir un énoncé correct des théorèmes qu'ils utilisent lors de la résolution de leurs exercices.

3.3.3 Questions du jury

Ces questions peuvent être de plusieurs sortes. Elles permettent souvent de corriger d'éventuels lapsus ou de mettre en évidence une faille dans la solution ou encore de s'assurer que le candidat a réellement saisi les divers aspects de la résolution (en examinant par exemple l'impact d'une modification des hypothèses sur le résultat annoncé). Il est bien souvent demandé au candidat de donner des précisions sur la résolution de l'exercice qu'il a proposé.

Le candidat doit s'attendre aussi à être interrogé, au moins partiellement, sur la résolution de chacun des exercices qu'il propose. À défaut d'une solution détaillée, il peut lui être demandé les méthodes utilisées ou les différents enchaînements de la résolution. Il est du plus mauvais effet de proposer un exercice que l'on ne sait pas résoudre.

Par ailleurs, les examinateurs cherchent à déterminer si les notions apparaissant dans tel ou tel énoncé sont effectivement connues du candidat. En ce sens, un choix d'exercices trop ambitieux risque d'élever le niveau des questions posées. Il n'est pas recommandé d'évoquer des questions à propos desquelles on n'a aucun recul.

Le jury peut aussi proposer un exercice qui ne figure pas dans la liste proposée par le candidat. Le but est alors d'évaluer la prise d'initiative du candidat, son cheminement, et sa manière de faire le lien avec le thème. Aller au bout de la résolution de ces exercices dans le temps très contraint n'est alors pas l'objectif principal. Pour terminer, soulignons que les questions du jury n'ont en aucun cas pour but de déstabiliser le candidat. Elles visent simplement à cerner au mieux l'étendue de ses connaissances et compétences. Encore un fois, précisons que le jury attend un échange scientifique avec le candidat.

3.3.4 Conseils généraux pour les épreuves orales

En tout premier lieu, les candidates et les candidats doivent s'assurer que les énoncés des exercices qu'ils proposent ne comportent pas d'erreurs.

Le jury conseille aux candidates et aux candidats de bien prendre le temps d'écouter les questions et de ne pas hésiter à prendre quelques notes (au tableau) des indications fournies. les candidates et les candidats doivent avoir en tête que le jury n'est là que pour essayer de connaître le niveau réel du candidat et à aucun moment pour chercher à le déstabiliser. Bien que le stress soitévidemment compréhensible, il faut autant que possible montrer au jury qu'on est capable de raisonner et de mettre en œuvre les notions présentées. Certains candidates et candidats ne sont pas á l'écoute du jury et s'enferment dans leurs erreurs sans chercheré comprendre les efforts du jury pour les aider à raisonner. Une meilleure écoute leur rendrait grand service. De plus, le jury peut comprendre que le candidat fasse des erreurs. Dans ce cas, le candidat de ne doit pas s'excuser mais plutôt les reconnaître et essayer de les corriger.

Attention à la rigueur de l'écriture mathématiques lors des épreuves orales : l'écriture au tableau des expressions mathématiques est trop souvent approximative (par exemple une somme écrite avec le symbole Σ dont les indices ne sont pas précisés). Les quantificateurs ne sont pas totalement maîtrisés et le signe de l'implication est très souvent oublié ou utilisé à mauvaise escient, comme abréviation pour le mot *donc*.

L'utilisation de dessins pour illustrer une notion est grandement appréciée.

L'utilisation de logiciels peut enrichir considérablement une présentation et être très appréciée. Néanmoins, il convient de bien comprendre les programmes que l'on propose et de ne pas se contenter de les recopier depuis un livre sans bien les maîtriser.

Il est recommandé aux candidates et aux candidats de ne pas oublier leurs brouillons dans la salle de préparation, au moment de rejoindre leur salle d'interrogation : en cas de trou de mémoire important lors du développement ou lors de la correction de l'exercice, le jury peut laisser le candidat consulter brièvement ses notes.

Les candidates et les candidats peuvent trouver sur internet ou ailleurs beaucoup de commentaires sur la façon de préparer les couplages, d'interroger ou d'évaluer lors des épreuves orales, sur les développements à proposer, etc. Rappelons que la seule source fiable pour ce genre de questionnement provient du présent rapport et du site internet du jury.

Les propos tenus hors de ce cadre n'engagent que leurs auteurs et sont fortement sujet à caution.

4 Liste des sujets d'oral de la session 2025

4.1 Leçons d'algèbre et géométrie

101 Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.

102 Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.

103 Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

104 Structures quotients, exemples et applications.

105 Nombres premiers. Propriétés et applications.

106 Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.

107 PGCD dans $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{K}[X]$ où $\mathbb{K}$ est un corps commutatif, théorème de Bézout. Algorithme d'Euclide. Applications.

108 Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes. On supposera les généralités sur les anneaux de polynômes connues.

109 Racines d'un polynôme à une indéterminée. Relations coefficients-racines. Applications.

110 Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.

111 Formes linéaires, hyperplans, dualité en dimension finie. Exemples.

112 Déterminants. Applications.

113 Systèmes d'équations linéaires. Applications.

114 Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications. Aspects algorithmiques.

115 Diverses factorisations de matrices. Applications.

116 Notion de rang en algèbre linéaire et bilinéaire. Applications.

117 Valeurs propres et vecteurs propres. Recherche et utilisation.

118 Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications. (On supposera connues les notions de valeurs propres, vecteurs propres et sous-espace propres).

119 Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.

120 Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien. Applications.

121 Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.

122 Endomorphismes trigonalisables et nilpotents. Applications.

123 Groupe linéaire $\mathrm{GL}(E)$ d'un espace vectoriel de dimension finie E. Sous-groupes. Applications.

124 Barycentres. Applications.

125 Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples.

126 Espaces préhilbertiens réels. Orthogonalité, projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Applications.

127 Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel réel de dimension finie. Cas d'un espace euclidien. Applications aux coniques.

128 Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.

129 Isométries du plan affine euclidien, décomposition canonique. Applications.

130 Utilisation des nombres complexes en géométrie.

131 Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

132 Utilisation de groupes en géométrie.

133 Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

4.2 Leçons d'analyse et probabilités

201 Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.

202 Séries à termes réels positifs. Applications.

203 Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence. (Les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs sont supposés connus).

204 Vitesse de convergence. Méthodes d'accélération de convergence.

205 Écriture décimale d'un nombre réel. Cas des nombres rationnels.

206 Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.

207 Théorèmes des accroissements finis. Applications.

208 Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.

209 Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.

210 Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.

211 Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.

212 Séries entières d'une variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.

213 Série de Fourier d'une fonction périodique. Propriétés de la somme. Exemples.

214 Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.

215 Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de $\mathbb{R}$ (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.

216 Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramétre. Propriétés, exemples et applications.

217 Équations différentielles linéaires d'ordre deux : $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$, oé a, b, c sont des fonctions continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$, à valeurs réelles ou complexes.

218 Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants. Exemples.

219 Diverses méthodes de résolution approchée d'une équation numérique ou d'une équation différentielle.

220 Étude des courbes planes.

221 Parties compactes de $\mathbb{R}^n$. Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.

222 Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité, fonctions de classe $\mathcal{C}^1$. Exemples.

223 Extremums d'une fonction de plusieurs variables réelles.

224 Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications.

225 Applications linéaires continues, normes associées. Exemples.

226 Suites dans un espace vectoriel normé.

227 Théorèmes de points fixes.

228 Espérance, variance. Applications.

229 Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.

230 Conditionnement et indépendance en probabilités. Exemples.

231 Suites de variables aléatoires indépendantes de même loi. Variables aléatoires de loi binomiale et approximations de la loi binomiale.

232 Loi normale en probabilités et statistiques.

233 Couples de variables aléatoires discrètes. Covariance. Exemples d'application.

4.3 Exemples et exercices d'algèbre et géométrie

301 Exercices sur les groupes.

302 Exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini.

303 Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.

304 Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans $\mathbb{Z}$.

305 Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM, dans $\mathbb{Z}$, $\mathbb{K}[X], \ldots$

306 Exercices illustrant l'utilisation des nombres premiers.

307 Exercices utilisant les corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.

308 Exercices sur les polynômes et les fractions rationnelles.

309 Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.

310 Exercices faisant intervenir des dénombrements.

311 Exercices faisant intervenir des changements de base en algèbre linéaire et bilinéaire.

312 Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.

313 Exercices illustrant l'utilisation de la notion de rang.

314 Exercices illustrant l'utilisation de systèmes d'équations linéaires.

315 Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice. Aspects algorithmiques.

316 Exercices sur les endomorphismes diagonalisables ou trigonalisables.

317 Exercices utilisant la notion d'endomorphisme nilpotent.

318 Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.

319 Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.

320 Exercices illustrant l'utilisation de décompositions de matrices.

321 Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.

322 Exercices sur les formes quadratiques.

323 Exercices sur les coniques.

324 Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.

325 Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine.

326 Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.

327 Exercices faisant intervenir des automorphismes orthogonaux.

328 Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.

329 Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.

4.4 Exemples et exercices d'analyse et probabilités

401 Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.

402 Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence ou de façon implicite.

403 Exemples de séries à termes réels ou complexes absolument convergentes et semi-convergentes.

404 Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.

405 Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.

406 Exemples de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série. Estimation de l'erreur.

407 Exemples d'approximations d'un nombre réel. Aspects algorithmiques.

408 Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions.

409 Exemples d'étude de fonctions définies par une série.

410 Exercices sur les séries entières et leurs applications.

411 Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.

412 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.

413 Exemples illustrant l'approximation de fonctions numériques.

414 Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.

415 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.

416 Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment. Aspects algorithmiques.

417 Exemples d'étude d'intégrales généralisées.

418 Exemples d'utilisation d'intégrales simples et multiples : calculs de longueurs, d'aires, de volumes...

419 Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.

420 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.

421 Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires.

422 Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.

423 Exemples d'étude qualitative d'équations différentielles ou de systèmes différentiels.

424 Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.

425 Exercices utilisant des probabilités conditionnelles et la notion d'indépendance.

426 Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.

427 Exemples d'estimation en statistiques : estimation ponctuelle, estimation par intervalles de confiance.

428 Exercices illustrant l'utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistiques.

429 Exemples d'étude d'applications linéaires continues et de leur norme.

430 Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations $F(x) = 0$.

431 Exemples d'équations fonctionnelles.

432 Exemples d'applications de la notion de compacité.

433 Exemples d'utilisation d'inégalités classiques en analyse et en probabilités.

434 Exemples d'utilisation de polynômes en analyse.