

SESSION 2022

---

**AGRÉGATION  
CONCOURS EXTERNE**

**Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR**

**Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR  
ET INGÉNIERIE MÉCANIQUE**

**CONCEPTION PRÉLIMINAIRE D'UN SYSTÈME,  
D'UN PROCÉDÉ OU D'UNE ORGANISATION**

Durée : 6 heures

---

*Calculatrice autorisée selon les modalités de la circulaire du 17 juin 2021 publiée au BOEN du 29 juillet 2021.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.**

**Tournez la page S.V.P.**

A

### INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1414A	103	1268

**Ce sujet comporte :**

- le texte suivant, présentant le système et le travail demandé (pages 2 à 19) ;
- les annexes (11 pages) ;
- les documents réponses DR1 - conception et DR2 - spécifications.

### 1.1. Contexte

Après un accident cardio-vasculaire, une rééducation précoce est nécessaire pour offrir au patient toutes les chances de récupérer un maximum d'autonomie. Une verticalisation du patient et un schéma de marche adapté permettent d'envoyer les bonnes informations au cerveau et de travailler ainsi immédiatement la neuroplasticité. Cette tâche qui incombe au kinésithérapeute et aux soignants est très difficile à réaliser.

L'exosquelette Atalante, développé par la société Wandercraft, permet la verticalisation précoce des patients avec des schémas de marche programmés et répond ainsi au besoin des centres de rééducation.



Figure 1 : exosquelette Atalante seul (à gauche) et en phase d'utilisation (à droite)

La spécificité d'Atalante réside dans la complète autonomie des membres supérieurs du patient. En effet, contrairement à d'autres exosquelettes dont l'usage nécessite l'emploi de béquilles, Atalante possède quatre articulations supplémentaires (douze en tout) pour assurer l'équilibre latéral du patient.

Ces articulations supplémentaires se trouvent au niveau des hanches et des chevilles et sont commandées conjointement pour assurer l'équilibre latéral.

### 1.2. Présentation du système étudié

Chaque cheville de l'exosquelette possède ainsi deux degrés de liberté :

- une rotation paramétrée par l'angle  $\theta_s$  sur la figure 2, correspondant au mouvement de dorsiflexion/flexion plantaire du pied de l'utilisateur (voir figure 3). On parle de rotation dans le plan sagittal ;
- une rotation paramétrée par l'angle  $\theta_h$  sur la figure 2, correspondant au mouvement d'inversion/éversion du pied de l'utilisateur (voir figure 3). On parle de rotation sous-talaire de Henke.

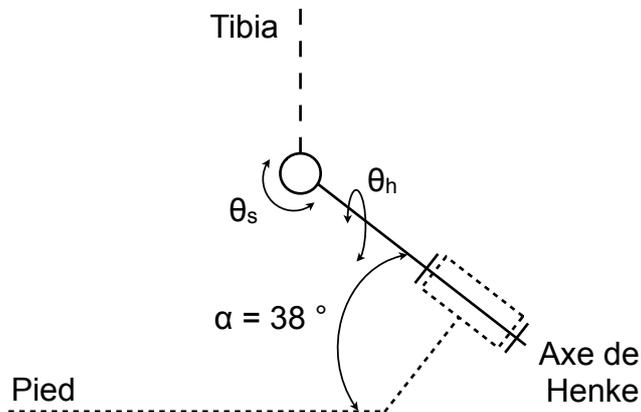


Figure 2 : schéma cinématique de la cheville de l'exosquelette

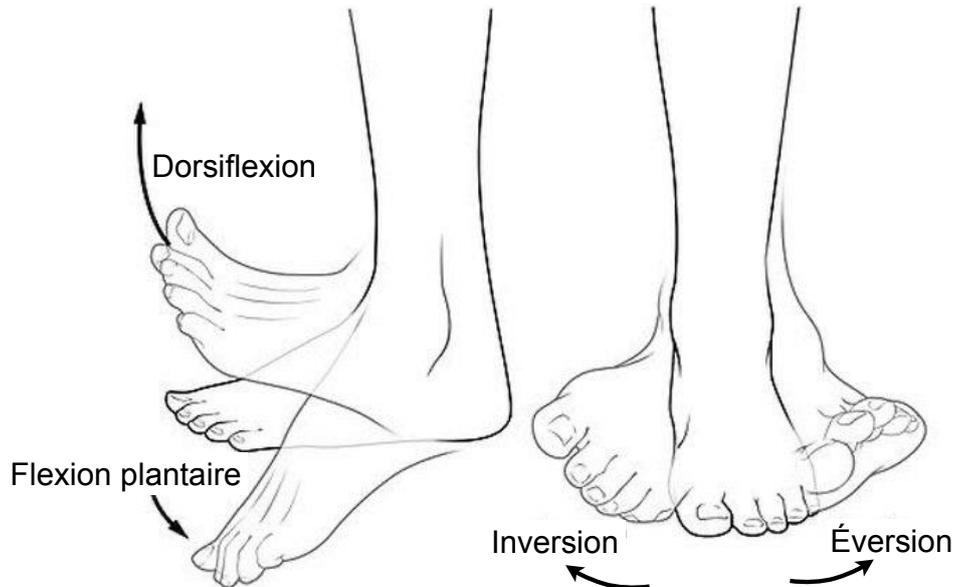


Figure 3 : représentation des deux mouvements du pied du patient par rapport à son tibia autorisés par la cheville de l'exosquelette

### 1.3. Exigences attendues

L'annexe 1 présente un extrait du cahier des charges relatif à la cheville de l'exosquelette.

### 1.4. Problématique et études menées

On se propose dans ce sujet de procéder à la validation des choix de conception d'une telle cheville. Pour cela, les sept études suivantes seront menées :

- choix d'une architecture de cheville puis appropriation de la solution retenue par le constructeur et mise en place d'un modèle (partie 2) ;
- validation d'une géométrie vis-à-vis des débattements angulaires à atteindre (partie 3) ;
- optimisation de forme d'une pièce vis-à-vis des normes de sécurité (partie 4) ;
- dimensionnement des actionneurs vis-à-vis des efforts extérieurs (partie 5) ;
- dimensionnement et conception du guidage en rotation de l'axe du plan sagittal vis-à-vis des efforts extérieurs (partie 6) ;
- analyse des déformations de deux pièces pour améliorer la commande de la cheville (partie 7) ;
- étude d'industrialisation d'une pièce (partie 8).

## 2. Choix d'une architecture

**Objectif :** définir une architecture de cheville pour l'exosquelette permettant d'obtenir les rotations selon l'axe du plan sagittal et selon l'axe sous-talaire de Henke.

### 2.1. Comparaison de deux solutions

Après une veille technologique, on retient les architectures présentées figure 4.

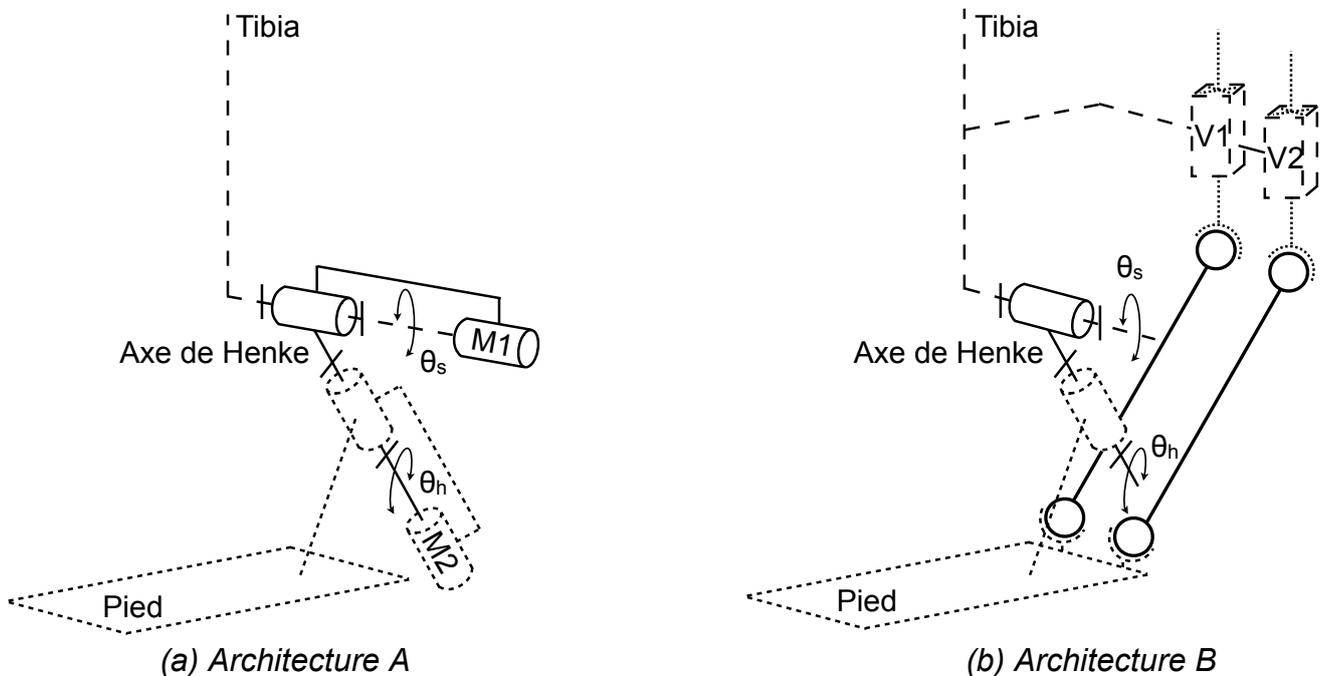


Figure 4 : architectures envisagées

L'architecture A utilise deux moteurs M1 et M2, un pour chaque axe de rotation. Ce choix technologique permet de commander la rotation de chaque axe de façon indépendante.

L'architecture B utilise deux actionneurs linéaires V1 et V2 dont les commandes doivent être couplées pour obtenir les mouvements désirés via les biellettes.

**Question 1.** Pour l'architecture B, on souhaite réaliser une rotation selon l'axe du plan sagittal c'est-à-dire piloter  $\theta_s$ . **Expliquer** qualitativement la commande des actionneurs à imposer pour obtenir une rotation selon l'axe du plan sagittal (sens relatifs et vitesses relatives).

**Question 2. Discuter** les avantages et inconvénients des deux architectures. **Préciser** les critères.

### 2.2. Présentation de la solution retenue

L'architecture B (figure 4(b)) est la solution retenue dans la suite de l'étude. Chaque actionneur est constitué d'un moteur brushless et d'un système vis-écrou (voir figure 5).

L'encombrement ne permet pas, comme présenté schématiquement pour l'architecture B, de placer chaque biellette dans le prolongement de la vis associée. Un croisillon creux est intercalé entre l'écrou et la biellette (voir figures 6 et 7). L'écrou du système vis-écrou peut ainsi se déplacer verticalement sans être limité par la longueur de la vis, la biellette étant placée sur le côté.

L'alimentation électrique est fournie par une batterie. Un calculateur gère la commande et l'asservissement des moteurs en fonction des mouvements attendus et des informations relevées par les codeurs.

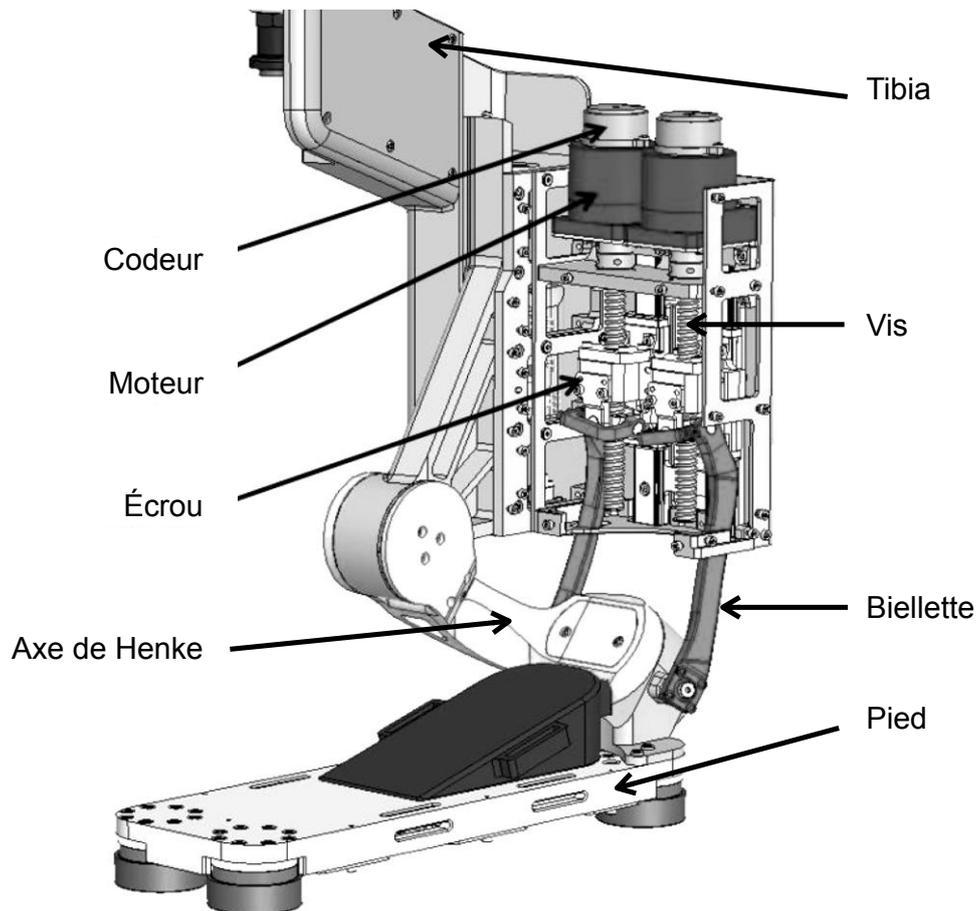


Figure 5 : principaux éléments constitutifs de la cheville de l'exosquelette Atalante

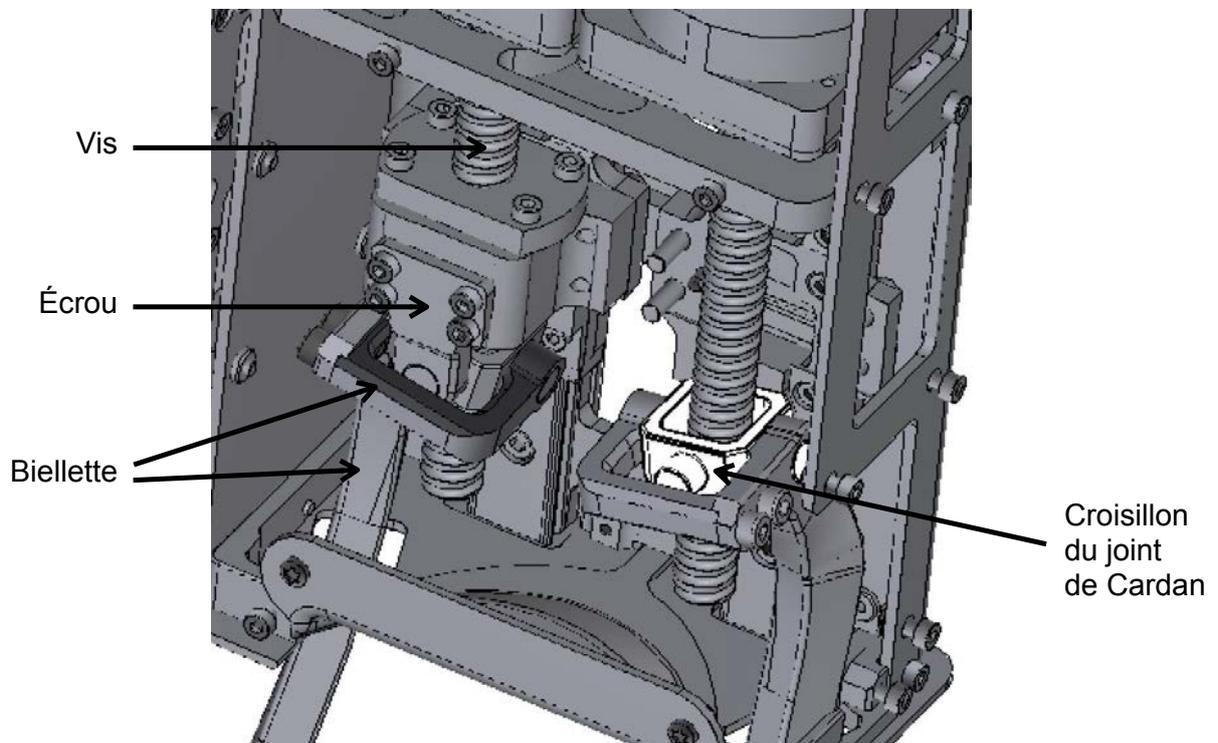


Figure 6 : système de transformation de mouvement complet à gauche, écrou caché à droite

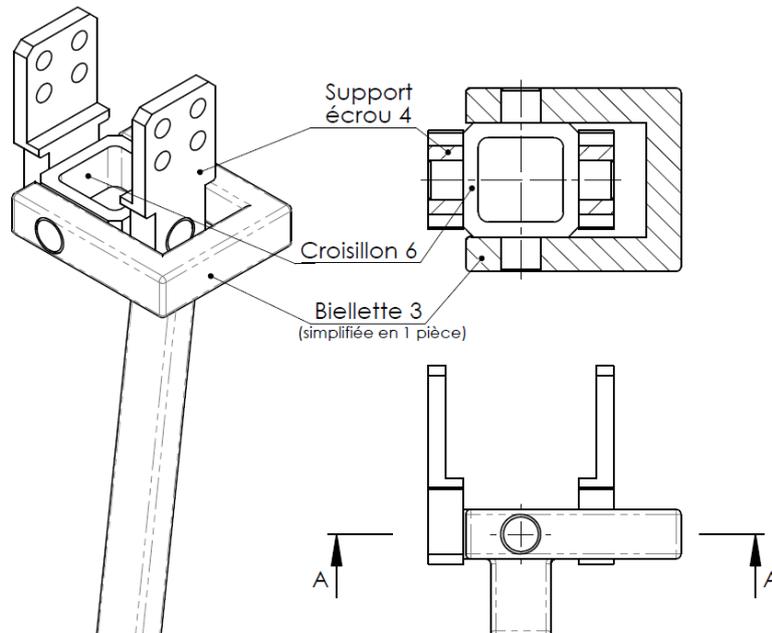


Figure 7 : représentation simplifiée d'un extrait du mécanisme (biellette partiellement représentée)

**Question 3.** À l'aide du texte précédent et du diagramme de définition de blocs (annexe 2), **réaliser** un schéma présentant les chaînes d'énergie et d'information de la cheville. Préciser les flux entre les blocs.

### 2.3. Mise en place d'un modèle et d'un paramétrage

L'annexe 3 définit un modèle et un paramétrage du système.

**Question 4.** À l'aide de la figure 7, **définir** les liaisons entre la biellette 3, l'ensemble {support d'écrou + écrou} 4 et le croisillon 6. **En déduire** la liaison équivalente entre la biellette 3 et l'écrou 4.

**Question 5. Comparer** la liaison définie à la question précédente et la liaison sphérique du modèle de l'architecture B. **Justifier** et **argumenter** le choix technologique du concepteur pour réaliser la liaison entre la biellette 3 et l'écrou 4.

**Question 6. Réaliser** le graphe de liaisons du mécanisme de la cheville en prenant en compte la liaison équivalente de la réponse à la question 4.

**Question 7. Évaluer** le degré d'hyperstatisme de l'ensemble. Expliciter la ou les contraintes géométriques liées à ce degré d'hyperstatisme.

Le modèle de l'architecture B (figure 4(b)) est isostatique ; il sera retenu pour la suite de l'étude.

## 3. Validation d'une géométrie

**Objectif :** valider la géométrie retenue vis-à-vis des exigences id 1.1.1.1 (débattement angulaire sagittal) et id 1.1.2.1 (débattement angulaire de Henke).

### 3.1. Étude du débattement angulaire sagittal

On retient le modèle simplifié présenté en annexe 4.

**Question 8. Justifier** la modélisation retenue.

**Question 9.** À l'aide d'une fermeture géométrique, **établir** l'équation liant  $\lambda$  à  $\theta_1$ .

Pour chaque valeur de  $\theta_1$ , deux valeurs de  $\lambda$  sont possibles. Les deux solutions sont représentées sur la figure 8. On note  $\theta_{10}$  la valeur de l'angle  $\theta_1$  lorsque le pied est à plat. On notera que  $\theta_s = \theta_1 - \theta_{10}$  où  $\theta_{10}$  est une constante.

**Question 10.** Laquelle des deux solutions doit-on retenir? **Justifier** avec au moins deux arguments.

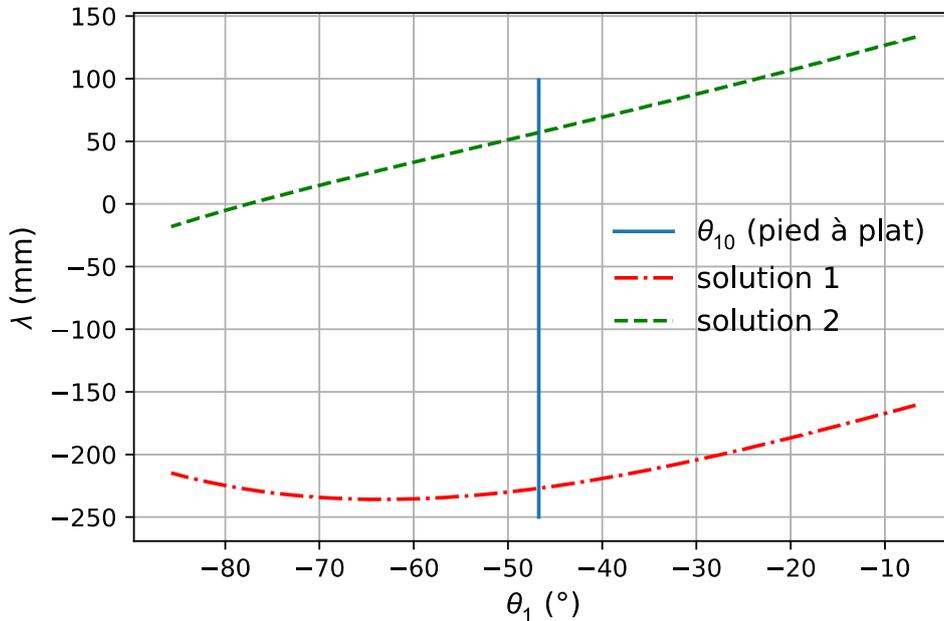


Figure 8 : représentation graphique des solutions de la loi entrée-sortie sagittale

### 3.2. Étude du débattement angulaire de Henke

La figure 9 donne l'évolution des déplacements des écrous 4 ( $\lambda_1$ ) et 4' ( $\lambda_2$ ) en fonction de l'angle de Henke ( $\theta_h$ ).

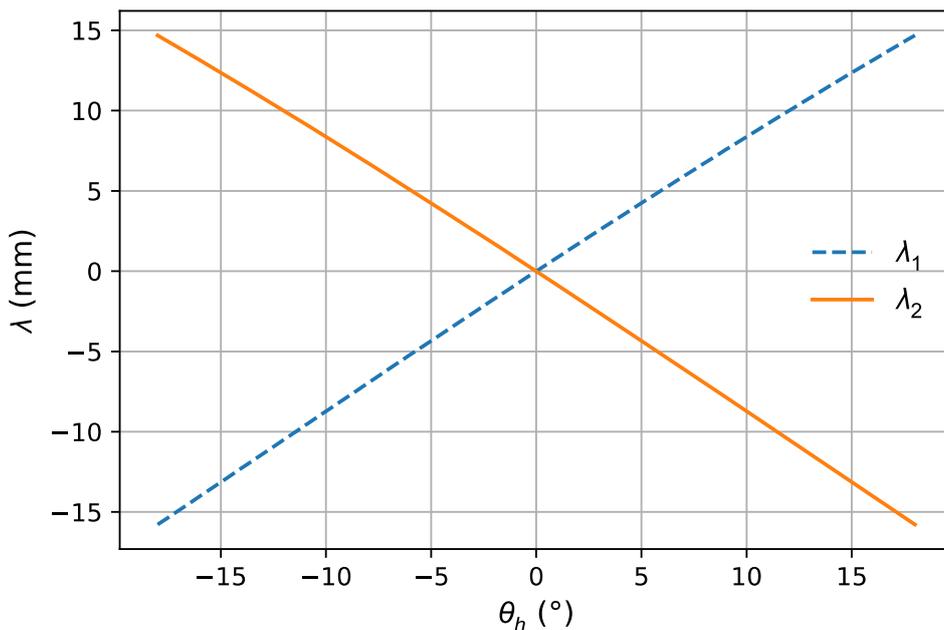


Figure 9 : évolution des déplacements des écrous 4 ( $\lambda_1$ ) et 4' ( $\lambda_2$ ) en fonction de l'angle de Henke

**Question 11. Expliquer** en quelques phrases la démarche à mettre en œuvre pour obtenir le système d'équations aboutissant à ces courbes.

**Question 12. Valider** la géométrie retenue vis-à-vis des exigences id 1.1.1.1 et id 1.1.2.1.

#### 4. Optimisation des trous de passage des biellettes

L'ensemble du mécanisme de transformation de mouvement est assemblé dans le tibia de l'exosquelette et est protégé par le carter. Les biellettes faisant le lien avec le pied sont visibles et accessibles lors des réglages, de l'installation du patient ou de la marche. Chaque biellette passe ainsi dans un trou du carter (voir figures 5, 6 et 10).

L'exigence id 2.1.1 implique que l'espace entre la biellette et la zone de son passage (voir figure 10) lors du fonctionnement ne doit pas excéder 8 mm afin de prévenir les risques de blessure des utilisateurs. La zone de coincement potentiel se situe à la limite du carter du tibia. L'optimisation doit se faire simultanément pour la forme du trou (réalisé par découpe laser) et la géométrie de la biellette.

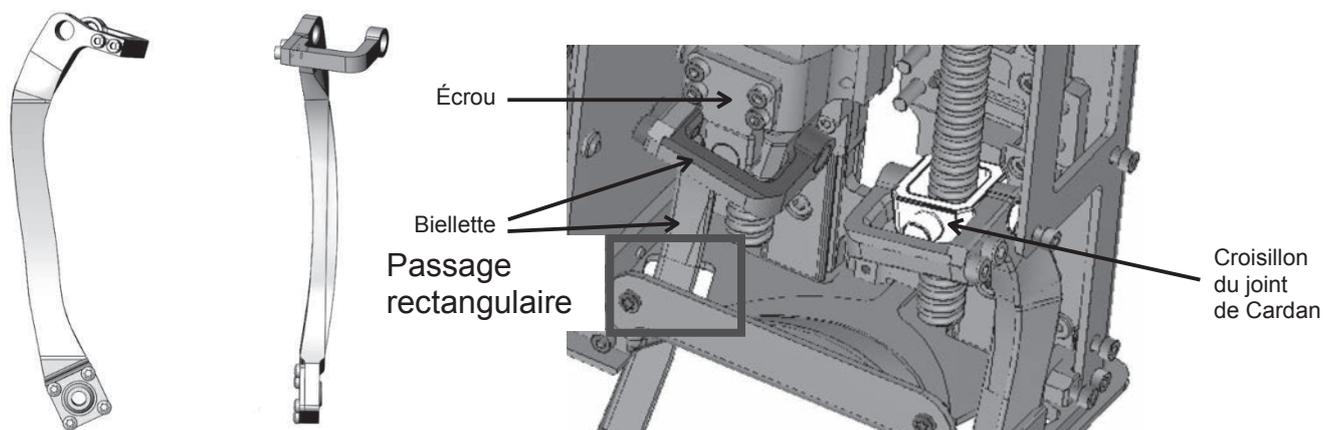


Figure 10 : géométrie de la biellette 3 retenue par le constructeur pour un trou de passage de forme rectangulaire

Deux approches simples sont possibles :

- fixer la géométrie du trou de passage et déterminer celle de la biellette permettant de respecter l'exigence id 2.1.1. Cette démarche a permis à Wandercraft de proposer la biellette présentée figure 10 pour un trou de passage de forme rectangulaire ;
- fixer la géométrie de la biellette et déterminer celle du trou de passage permettant de respecter l'exigence id 2.1.1. C'est cette démarche que l'on se propose de mettre en œuvre ici. Elle permet de concevoir une forme de biellette plus facilement réalisable et ainsi de réduire son coût de fabrication.

**Objectif** : déterminer une forme et une altitude  $Z_T$  pour les trous de passage validant l'exigence id 2.1.1 à géométrie de biellette fixée.

La forme de la biellette 3 est donnée en partie par l'encombrement du croisillon qui la décale vers l'extérieur (voir figure 11). Afin d'évaluer le volume enveloppe relatif au mouvement d'amplitude maximale de la biellette 3, on considère pour cette étude la biellette comme un parallélépipède rectangle de dimensions 10x14 mm et d'axe ( $C_1B$ ).

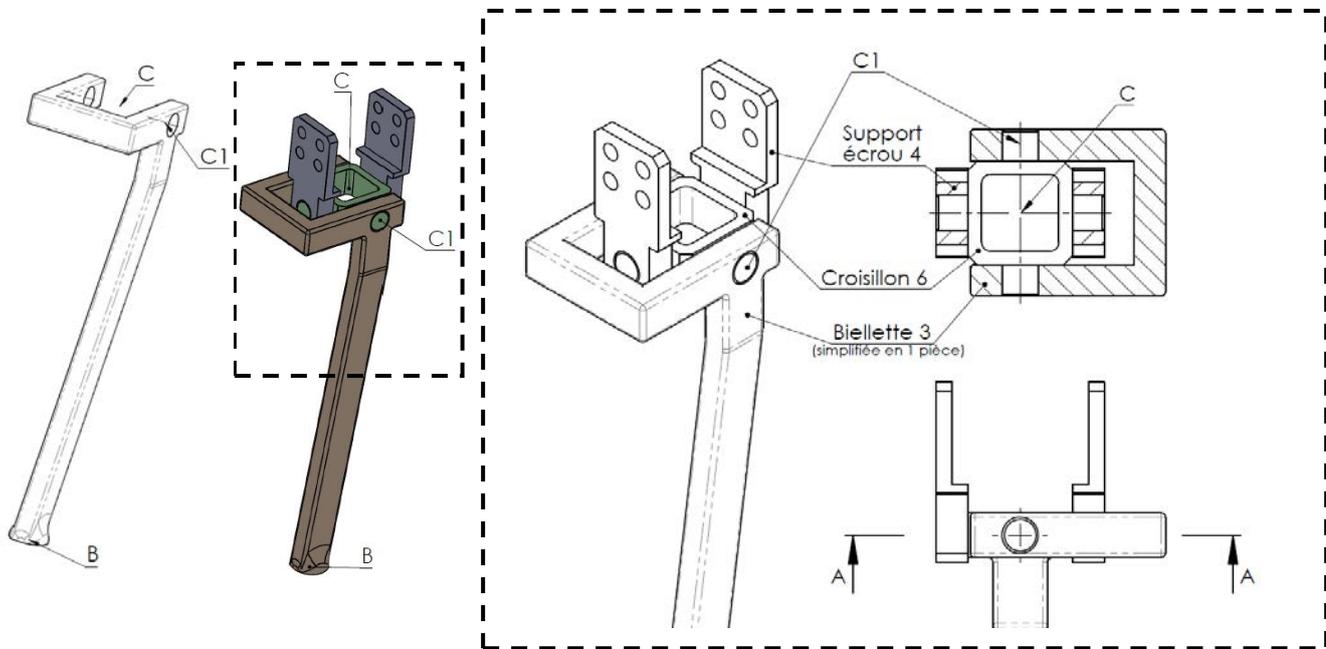


Figure 11 : géométrie de la biellette 3 retenue pour la simulation et partie haute zoomée afin de déterminer la forme du trou de passage

Les géométries de la biellette et du mécanisme étant fixées, on utilise un logiciel de simulation numérique pour déterminer l'ensemble des coordonnées dans  $R_0$  (défini en annexe 3) des points  $C_1$  et  $B$  lors d'une rotation complète selon l'axe sous-talaire de Henke ( $\theta_h \in [-18 ; 18]^\circ$ ) à angle sagittal fixé ( $\theta_s$  constant). On les note  $(X_{C_1}, Y_{C_1}, Z_{C_1})$  et  $(X_B, Y_B, Z_B)$ , respectivement.

Ces valeurs sont stockées dans deux tableaux de dimensions (20, 3). On donne ci-après leurs premières valeurs pour  $\theta_s = 0^\circ$ :

Coord\_C1 = [[42.8971, 84.2588, 73.5246], [42.8971, 84.2774, 71.0822], ...]

Coord\_B = [[56.4061, 63.4945, -73.1967], [56.5928, 62.4169, -74.5759], ...]

Le passage de la biellette dans la structure du carter se fait au niveau d'une plaque perpendiculaire à l'axe  $\vec{z}_0$ . On note  $Z_T$  l'altitude de cette plaque dans  $R_0$  (défini en annexe 3).

**Question 13. Proposer** une démarche d'analyse mathématique qui, à partir des coordonnées  $(X_{C_1}, Y_{C_1}, Z_{C_1})$  et  $(X_B, Y_B, Z_B)$ , permet d'obtenir les coordonnées du point  $I (X_I, Y_I, Z_I=Z_T)$  intersection de l'axe  $(C_1B)$  de la biellette avec le plan d'altitude  $Z_T$ .

Une évaluation numérique a été faite pour différentes altitudes  $Z_T$ ; elles sont présentées en annexe 5.  $X_I$  et  $Y_I$  sont les coordonnées du point d'intersection de l'axe  $(C_1B)$  de la biellette avec le plan d'altitude  $Z_T$ .

**Question 14. Réaliser** un algorithme, en pseudo-code ou en Python, permettant de construire un nuage de points comme présenté en annexe 5 (angle  $\theta_s$  fixé).

Concernant la section de la biellette, on considèrera que la cote de 14 mm est portée par  $\vec{x}_0$  et la cote de 10 mm par  $\vec{y}_0$ . Afin que la biellette ne frotte pas sur le carter, un jeu de 0,1 mm sera laissé de chaque côté.

**Question 15.** Après analyse des nuages de points, **proposer** un croquis de la forme de l'ouverture pour le passage de la biellette. **Justifier.**

**Question 16.** Quelle altitude  $Z_T$  faut-il retenir pour valider l'exigence id 2.1.1 ? **Justifier.**

## 5. Validation du dimensionnement des actionneurs

**Objectifs** : exprimer le couple articulaire sagittal en fonction du couple moteur dans un cas simplifié (rotation dans le plan sagittal seule). Valider le dimensionnement des moteurs vis-à-vis des exigences id 3.1.1 et id 3.1.2 dans le cas général.

La notation retenue, dans tout le sujet, pour les torseurs d'actions mécaniques est la suivante :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{array} \right\}_{\text{point, Base}}$$

### 5.1. Expression du couple articulaire sagittal en fonction du couple moteur

On reprend le modèle plan présenté en annexe 4 pour cette étude. La rotation suivant l'axe sous-talaire de Henke est bloquée à angle nul :  $\theta_h = \theta_2 = 0$  rad. Le pied du patient est maintenu en position sur le solide **2**. On note  $E_{12}$  l'ensemble  $\{1 ; 2 ; \text{pied du patient}\}$  considéré comme solide indéformable.

On suppose le repère  $R_0$  lié au tibia **0** galiléen et toutes les liaisons parfaites. Le problème est plan.

On considère par ailleurs :

- une action motrice modélisée par le torseur au point C :

$$\{T_{\text{mot} \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}(\text{mot} \rightarrow 4) = F(\text{mot} \rightarrow 4) \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C$$

- l'action extérieur sur l'ensemble  $E_{12}$  modélisé, dans cette partie, par un couple pur tel que :

$$\{T_{\text{ext} \rightarrow E_{12}}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{C}_s = C_s \cdot \vec{y}_0 \end{array} \right\}_O$$

- l'action de la pesanteur sur l'écrou **4** négligeable devant les autres actions en présence ;
- la masse et l'inertie de la biellette **3** négligeables.

On note :

- $m_{12}$  la masse de l'ensemble  $E_{12}$  ;
- $m_4$  la masse du solide **4** ;
- $g$  l'accélération de la pesanteur ;
- $J_{12}$  le moment d'inertie de l'ensemble  $E_{12}$  selon l'axe  $(O, \vec{y}_0)$  ;
- $G$  le centre d'inertie de l'ensemble  $E_{12}$  défini par  $\vec{OG} = x_G \vec{x}_2' - z_G \vec{z}_2'$ . La base  $B_2' = (\vec{x}_2', \vec{y}_2', \vec{z}_2')$  est orientée d'un angle  $\theta_2' = (\vec{x}_0, \vec{x}_2') = (\vec{z}_0, \vec{z}_2')$  avec la base  $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  (voir figure 12) ;
- $\omega_{12} = \dot{\theta}_1$  la vitesse angulaire de l'ensemble  $E_{12}$  par rapport à  $R_0$  ;
- $v_4 = \dot{\lambda}$  la vitesse linéaire du solide **4** par rapport à  $R_0$ . On considèrera  $v_4 = k \cdot \omega_{12}$  avec  $k$  une constante.

Soit l'ensemble  $E = \{E_{12} ; \mathbf{3} ; \mathbf{4}\}$ .

**Question 17. Exprimer** l'énergie cinétique de l'ensemble  $E$  par rapport à  $R_0$ , notée  $T_{E/R_0}$ . **En déduire** l'inertie équivalente  $J_{\text{eq}}$  telle que  $T_{E/R_0} = \frac{1}{2} J_{\text{eq}} \cdot \omega_{12}^2$ .

**Question 18. Appliquer** le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble  $E$  et **exprimer**  $C_s$  en fonction de  $F(\text{mot} \rightarrow 4)$ , des paramètres inertiels, des paramètres géométriques et de leurs dérivées successives.

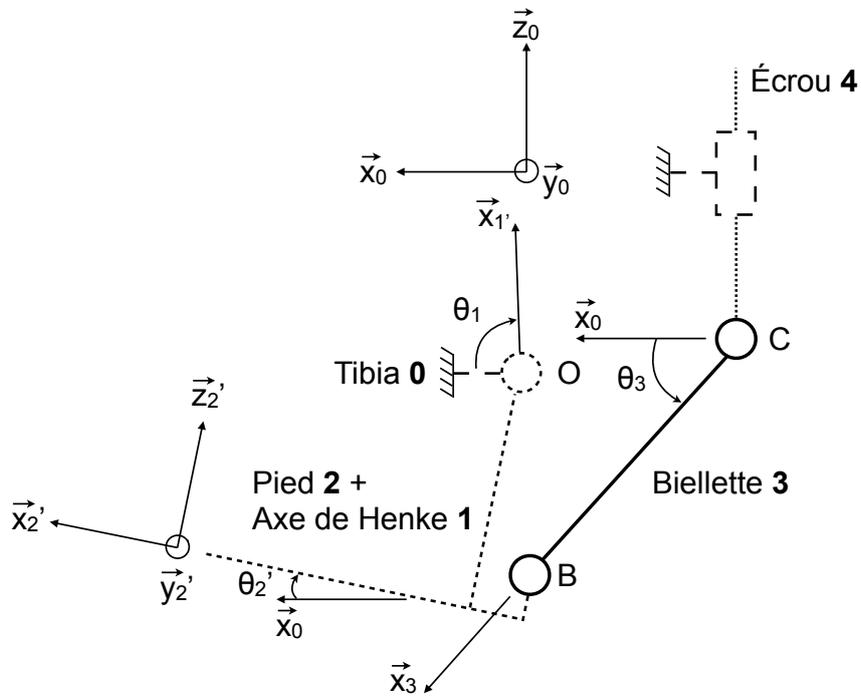


Figure 12 : définition de la base  $B_2' = (\vec{x}_2', \vec{y}_2', \vec{z}_2')$  et de l'angle  $\theta_2'$

Les deux moteurs choisis sont identiques. On considère qu'ils fournissent chacun leur couple maximal (0,6 N·m) et tournent à leur vitesse maximale (2000 tr·min<sup>-1</sup>). On peut alors tracer l'évolution du couple articulaire sagittal  $C_s$  en fonction de la position angulaire du pied  $\theta_1$ .

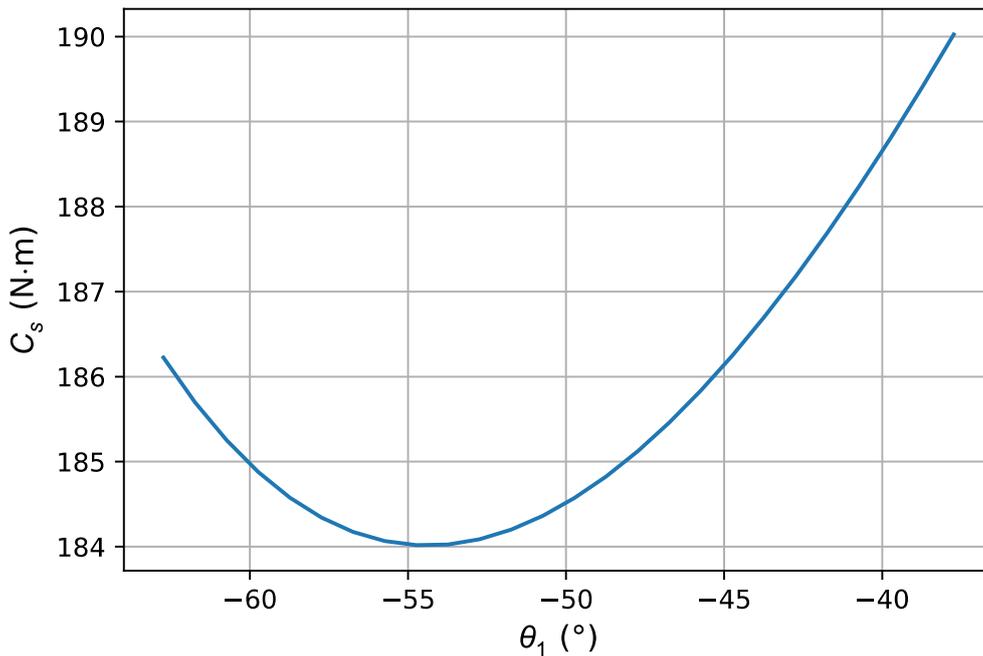


Figure 13 : évolution du couple articulaire sagittal  $C_s$  en fonction de l'angle  $\theta_1$  pour  $\theta_h = 0^\circ$ ,  $C_{mot} = 0,6 \text{ N}\cdot\text{m}$  et  $\omega_{mot} = 2000 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$

**Question 19. Écrire** le torseur des actions mécaniques transmissibles dans une liaison hélicoïdale d'axe  $(C, \vec{z}_0)$  dont les caractéristiques sont un pas  $p$  et une orientation du filet à droite.

**Question 20.** À partir de l'équation écrite en question 18, **expliquer** en quelques phrases la démarche à mettre en œuvre pour obtenir la relation entre  $C_s$  et  $\theta_1$  (figure 13).

## 5.2. Validation des actionneurs

Lorsqu'on ne travaille plus dans le plan, la même démarche appliquée pour d'autres valeurs de l'angle de Henke a permis d'obtenir la figure 14. La figure 15 est construite sur le même principe. On rappelle que  $\theta_s = \theta_1 - \theta_{10}$  où  $\theta_{10}$  est une constante.

**Question 21. Valider** le choix des actionneurs vis-à-vis des exigences id 3.1.1 et id 3.1.2.

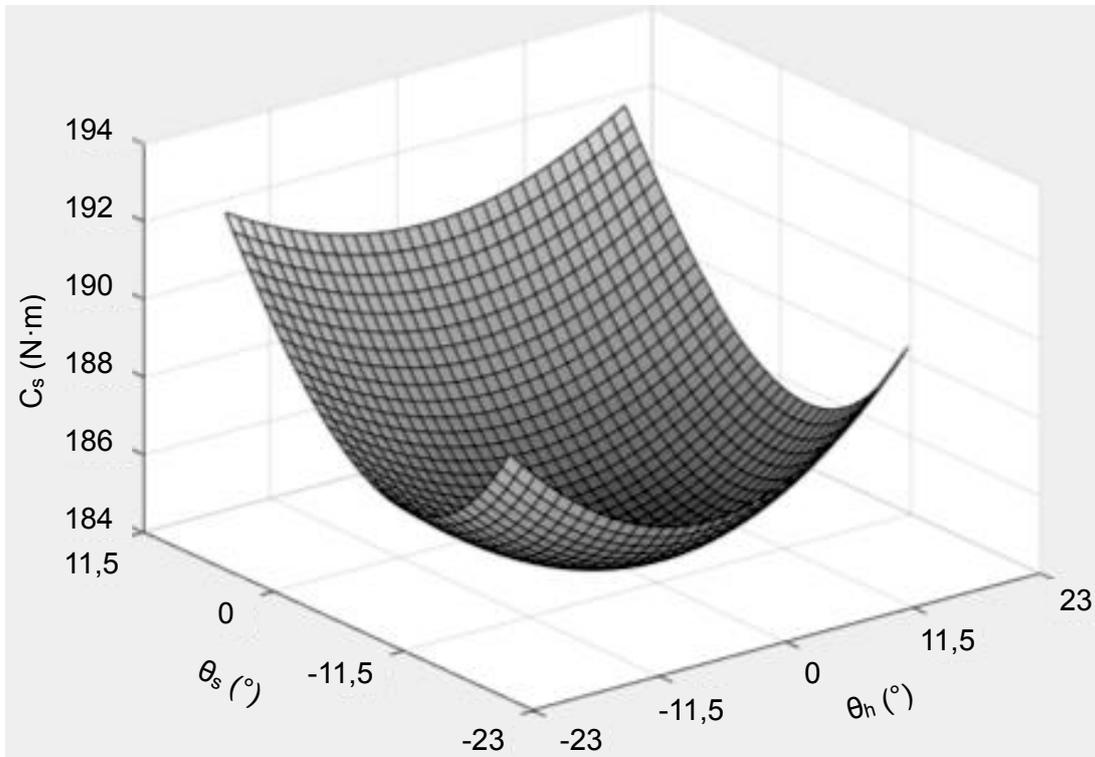


Figure 14 : évolution du couple articulaire sagittal  $C_s$  en fonction des angles  $\theta_s$  (dans le plan sagittal) et  $\theta_h$  (sous-talaire de Henke)

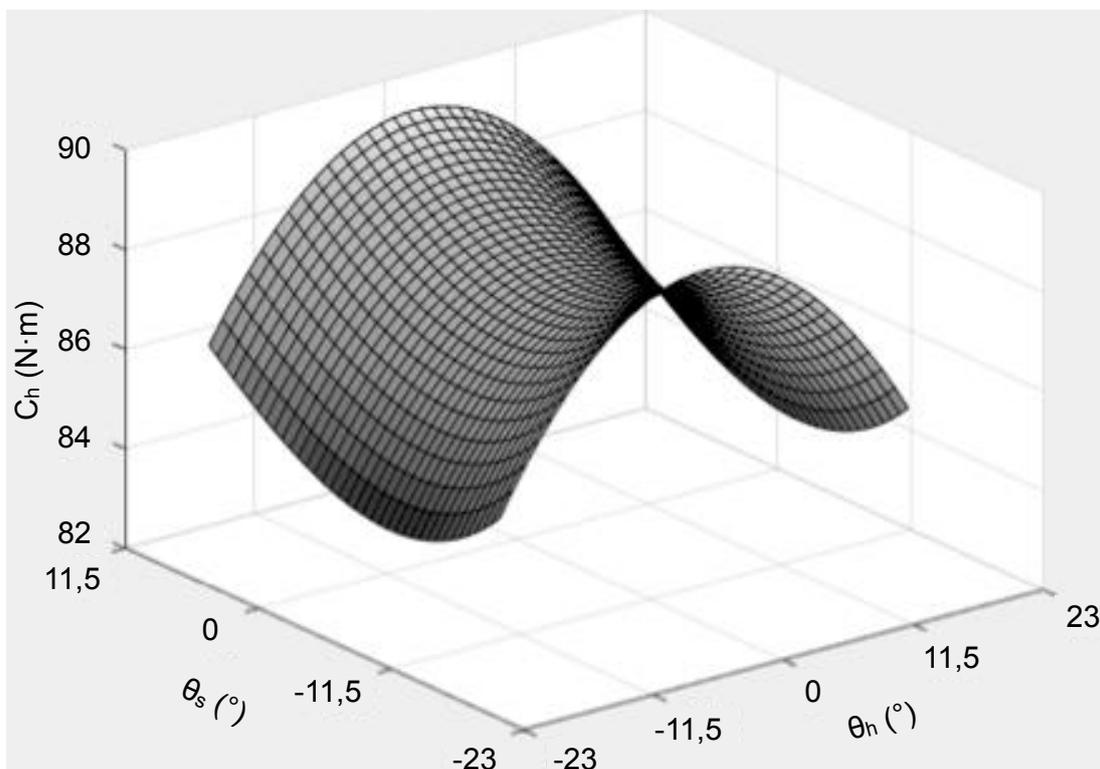


Figure 15 : évolution du couple articulaire de Henke  $C_h$  en fonction des angles  $\theta_s$  (dans le plan sagittal) et  $\theta_h$  (sous-talaire de Henke)

## 6. Conception de la liaison pivot entre le tibia 0 et l'axe de Henke 1

**Objectifs :** par une étude de rétro-ingénierie, dimensionner et concevoir la liaison pivot entre le tibia et l'axe de Henke respectant l'exigence id 1.1.1.

La liaison pivot entre le tibia **0** et l'axe de Henke **1** est portée par l'axe  $(O, \vec{y}_0)$  défini en annexe 3.

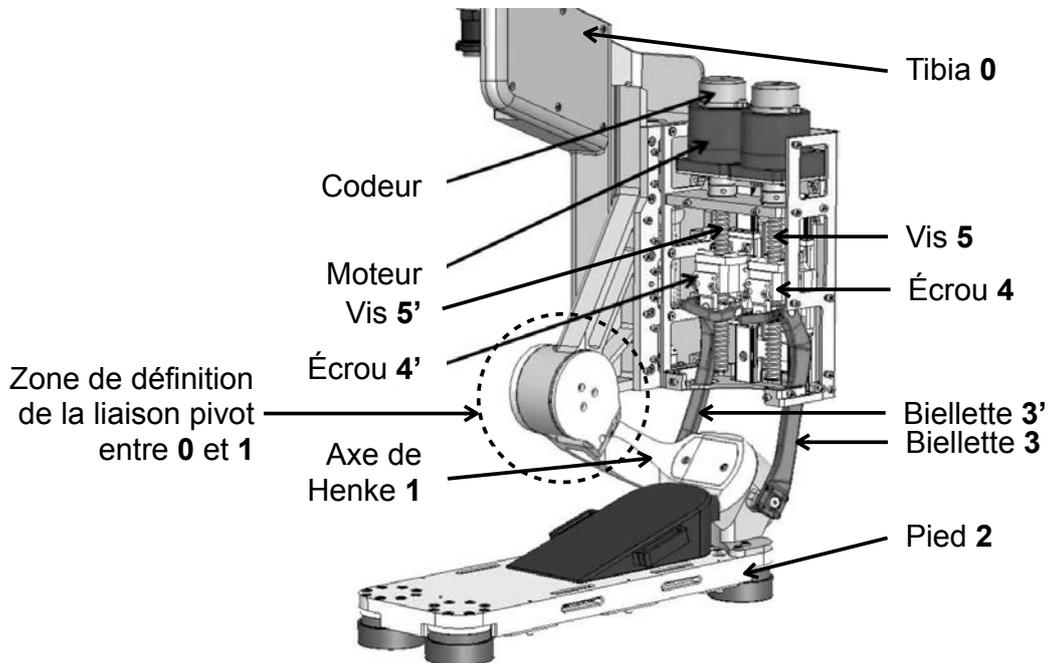


Figure 16 : zone de définition de la liaison pivot à dimensionner et concevoir

Suite à des essais de marche sur un tapis instrumenté, les valeurs maximales retenues des efforts du sol sur le pied sont relatives à la position angulaire  $\theta_h = -3^\circ$  et  $\theta_s = 2^\circ$  du pied.

Données et hypothèses :

- les poids des différentes pièces sont négligés devant les efforts dans les liaisons ;
- les liaisons sont supposées parfaites ;
- le modèle retenu est celui de l'architecture B (voir figure 4(b)) ;
- dans cette partie, « pied **2** » s'entend comme l'ensemble constitué du pied de l'exosquelette et du pied du patient ;
- un seul pied est en contact avec le sol, c'est le pied droit. L'action extérieure du sol sur le pied **2** est connue et modélisée dans la base  $B_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  par :

$$\{T_{\text{sol} \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} 0,6 \cdot F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,8 \cdot F & 0 \end{Bmatrix}_{P, B_2}$$

où P est un point à l'extrémité du pied sous l'orteil intérieur (voir figure 17) ;

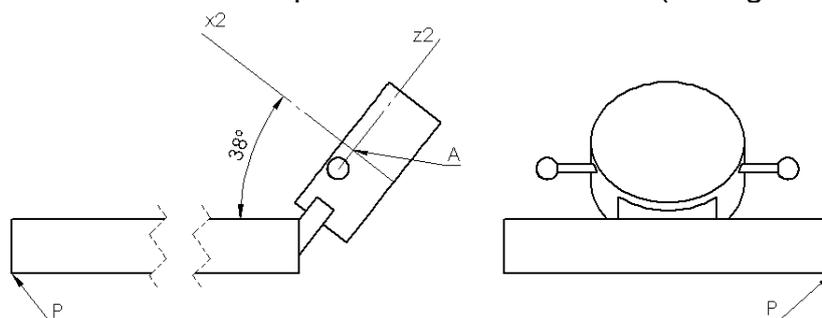


Figure 17 : définition du point P

- dans cette partie, nous prendrons pour  $F$  la valeur de  $F = 2572$  N déterminée avec un coefficient de sécurité de 2,5 ;
- on rappelle que  $\vec{OA} = -l_1 \cdot \vec{x}_1 + l_2 \cdot \vec{y}_1$ .

**Question 22. Déterminer** la direction des efforts dans les biellettes **3** et **3'**. **Justifier**.

**Question 23. Isoler** le pied **2** et faire le bilan des actions mécaniques extérieures. **Écrire** les torseurs associés.

**Question 24.** Sans faire les calculs, **proposer** une démarche de résolution dont les étapes seront détaillées afin de déterminer les composantes du torseur  $\{T_{1 \rightarrow 2}\}$  de l'action exercée par l'axe de Henke **1** sur le pied **2** en fonction des composantes des torseurs des actions mécaniques définies à la question 23 et des paramètres géométriques.

On prendra pour la suite :

$$\{T_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{pmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{pmatrix}_{A, B_1}$$

**Question 25. Isoler** l'axe de Henke **1** et faire le bilan des actions mécaniques extérieures. **Écrire** les torseurs associés. **Exprimer** les composantes du torseur de l'action exercée par le tibia **0** sur l'axe de Henke **1** exprimées dans la base  $B_1$  à partir des composantes du torseur  $\{T_{1 \rightarrow 2}\}$  exprimées dans la base  $B_1$  et des paramètres géométriques de l'axe de Henke.

A partir de la position angulaire du pied par rapport au repère  $R_0$ , le torseur  $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$  défini à la question précédente est exprimé dans la base  $B_0$ .

Les valeurs des composantes de ce torseur  $\{T_{0 \rightarrow 1}\}$  dans la base  $B_0$  sont données par :

$$\{T_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{pmatrix} 1583 & -837 \\ 493 & 0 \\ -9600 & -1 \end{pmatrix}_{O, B_0}$$

La vitesse de rotation maximale au niveau de la liaison pivot est de  $1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  (id 1.1.1.2).

À partir des documents constructeurs donnés en annexe 6, des valeurs des efforts et des dimensions de la zone utile pour la liaison :

**Question 26. Définir** les critères de dimensionnement permettant de faire le choix d'une conception de liaison pivot avec palier lisse. **Préciser** les grandeurs utiles. **Conclure**.

À partir des documents constructeurs donnés en annexe 6, des valeurs des efforts et des dimensions de la zone utile pour la liaison :

**Question 27. Définir** les critères de dimensionnement permettant de faire le choix d'une conception de liaison pivot avec roulements à billes. **Préciser** les grandeurs utiles. **Conclure**.

L'équipe de conception de la cheville a choisi de réaliser la liaison pivot à partir de deux roulements à billes à contact oblique (voir annexe 6).

**Question 28. Proposer** et **justifier** le type de montage choisi.

**Question 29.** À partir des documents constructeurs (annexe 6) et du dessin en coupe de l'axe de Henke **1** donné sur le document réponse 1 - conception, **réaliser** un croquis du montage de roulements. Les formes de la partie du tibia formant l'alésage sont à définir. La solution doit être démontable et étanche aux poussières.

## 7. Analyse du comportement mécanique de l'axe de Henke 1 et des biellettes

L'ensemble de l'exosquelette repose pour chaque pied sur l'axe de Henke et les deux biellettes. Pour garantir que les rotations commandées soient respectées, outre les codeurs et le respect des lois de commande, les déformations de ces trois pièces doivent être maîtrisées.

Lors de la marche, lorsqu'un seul pied est en contact avec le sol, la cheville de celui-ci doit encaisser l'ensemble des efforts. Les déplacements de la jambe et de la hanche dus aux déformations de l'axe de Henke et des deux biellettes doivent être limités.

**Objectifs** : vérifier que, lors de l'appui sur un seul pied, le déplacement vertical de la hanche ne dépasse pas 20 mm (soit suivant  $-\vec{z}_0$ ) et le déplacement horizontal de la hanche soit sur l'extérieur du pied (soit suivant  $-\vec{y}_0$ ), conformément à l'exigence 3.3.

Nous considérons que seul le pied droit est en appui sur le sol.

L'axe de Henke 1 et les deux biellettes sont les pièces centrales de la cheville réalisant le lien entre le pied et le tibia. Comme pour les autres pièces de l'ensemble, elles doivent répondre aux exigences de :

- résistance aux sollicitations (limite élastique à ne pas dépasser) ;
- endurance (sollicitations cycliques lors de la marche) ;
- masse minimale.

Les valeurs des composantes du torseur simplifié des actions mécaniques du tibia **0** sur l'axe de Henke **1** dans la base  $B_1$  sont tirées de l'étude statique de la partie de la conception de la liaison pivot :

$$\{T_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} -6000 & -400 \\ 0 & 0 \\ -7500 & 300 \end{Bmatrix}_{O, B_1}$$

On propose un modèle simplifié de l'axe de Henke de type poutre tel que décrit par les figures 18 et 19. Il existe un encastrement en A entre l'axe 1 et le pied. On rappelle que  $\vec{OA} = -l_1 \cdot \vec{x}_1 + l_2 \cdot \vec{y}_1$ .



Figure 18 : modèle simplifié retenu pour l'étude de résistance des matériaux

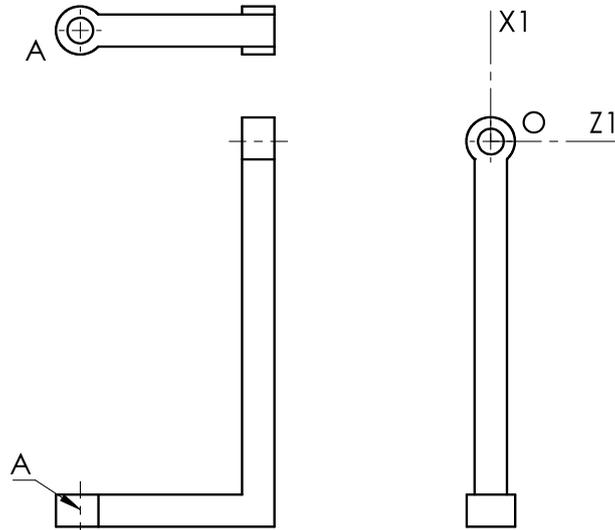


Figure 19 : paramétrage du modèle

**Question 30.** Isoler la poutre et **déterminer** les torseurs d'actions mécaniques de cohésion.

**Question 31.** Définir le type de sollicitations dans l'axe de Henke 1. Préciser la zone de sollicitations maximales.

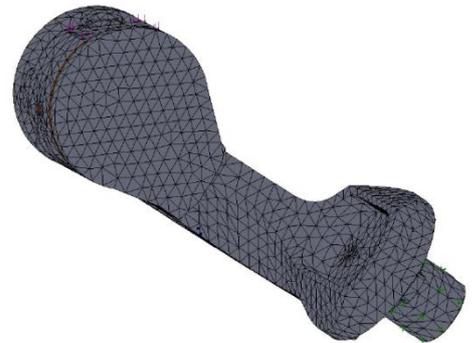
Les résultats d'une simulation à l'aide d'un modèleur 3D sont donnés en annexe 7.

**Question 32.** Repérer la zone de sollicitations maximales. Comparer cette zone avec celle définie en question 31. Justifier que ces deux zones ne sont pas confondues.

**Question 33.** Sur le résultat du modèleur, analyser la valeur de la contrainte dans la zone définie à la question 31. Conclure sur le dimensionnement de l'axe de Henke.

L'axe de Henke est rigidifié par le montage d'un couvercle en liaison encastrement centré sur l'alésage Cyl3, positionné et maintenu par trois vis sur le plan PI3 (voir annexe 10).

Les valeurs de déplacement relatif après sollicitation d'un segment [FG] de longueur 30 mm, parallèle à l'axe de la liaison pivot entre l'axe de Henke et le tibia, sont données en annexe 8 (la simulation a été faite sur l'axe de Henke muni du couvercle).



On considère que le déplacement sur  $\vec{y}_0$  est identique pour les deux points F et G (les 15  $\mu\text{m}$  d'écart sont négligés) et on retient la valeur de 1,12 mm.

On fait l'hypothèse que les déplacements de l'axe de la liaison pivot entre l'axe de Henke et le tibia (soit l'axe de la surface Cyl1, voir annexe 10) sont identiques à ceux de F et G. On notera  $F_{\text{axe}}$  et  $G_{\text{axe}}$  les deux points extrémités de cet axe.  $F_{\text{axe}}^0$  et  $F_{\text{axe}}^1$  désignent, respectivement, le point  $F_{\text{axe}}$  avant et après simulation. De même,  $G_{\text{axe}}^0$  et  $G_{\text{axe}}^1$  désignent, respectivement, le point  $G_{\text{axe}}$  avant et après simulation.

**Question 34. Relever** les valeurs de déplacement de l'axe de Henke en donnant les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{F_{axe}^0}$ ,  $\overrightarrow{F_{axe}^1}$  et  $\overrightarrow{G_{axe}^0}$ ,  $\overrightarrow{G_{axe}^1}$  dans  $R_0$ . En considérant le tibia comme indéformable, **déterminer** les composantes du torseur des petits déplacements du tibia par rapport à  $R_0$ , noté

$$\{D_{tibia/0}\} = \begin{Bmatrix} \alpha & u \\ \beta & v \\ \gamma & w \end{Bmatrix}_{O, B_0}$$

où O est le centre du segment entre les deux points sélectionnés. **Conclure**.

**Question 35. Proposer** une approche qui permette d'optimiser les formes de la pièce adaptées aux sollicitations pour une masse minimale. **Expliquer** en quelques phrases la démarche permettant d'obtenir cette optimisation.

La simulation numérique de l'étude statique de la cheville évalue les efforts dans les biellettes **3** et **3'** dont les valeurs sont les suivantes :

$$\{T_{2 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} -2000 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B, B_3} \quad \text{et} \quad \{T_{2 \rightarrow 3'}\} = \begin{Bmatrix} -5350 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B', B'_3}$$

Données :

- le matériau des biellettes est l'acier 40 Cr Mn Mo 8 dont les caractéristiques sont données en annexe 9 ;
- la section de la biellette sera considérée constante entre B et C<sub>1</sub> (respectivement B' et C<sub>1</sub>') de forme rectangulaire 14x10 mm ;
- la longueur de la biellette est de 147 mm ;
- la distance entre C et C<sub>1</sub> (respectivement C' et C<sub>1</sub>') sera négligée.

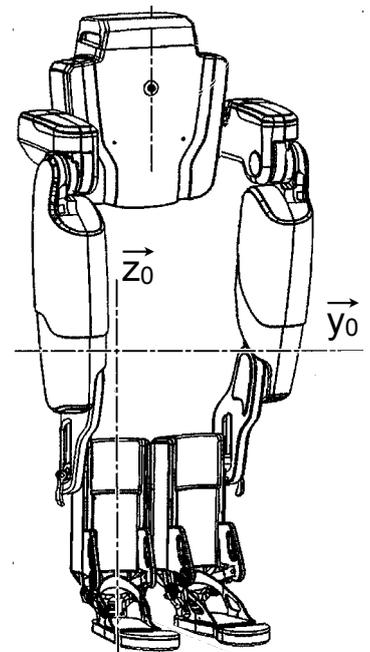
**Question 36. Définir** la sollicitation principale dans les biellettes.

**Question 37. Calculer** la contrainte principale pour chacune des biellettes.

**Question 38. Calculer** le déplacement du point C (respectivement C').

**Question 39.** À partir des résultats calculés et de la simulation sur l'axe de Henke (avec couvercle), **évaluer** approximativement le déplacement de la hanche. Compléter d'un croquis explicatif. On considèrera une hauteur de jambe rigide {tibia ; cuisse ; hanche} de 90 cm suivant (O,  $\vec{z}_0$ ). On s'appuiera sur les résultats des questions 34 et 38.

**Question 40. Conclure** sur le respect de l'exigence id 3.3.



## 8. Analyse de la réalisation de l'axe de Henke 1

Les formes de la pièce ont été définies à la suite des études précédentes. Le dessin de définition à compléter de la pièce est donné sur le document réponse 2 - spécifications.

**Objectif :** proposer une cotation partielle ISO GPS de l'axe de Henke et une gamme de fabrication.

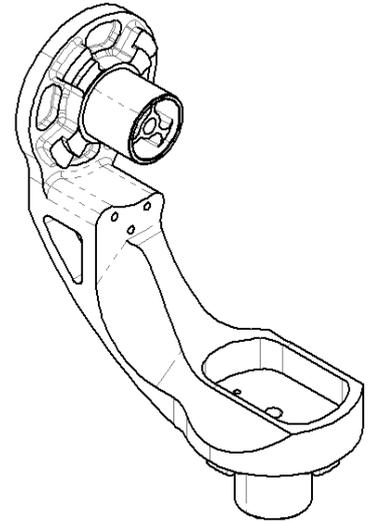
À partir de l'annexe 10 qui présente partiellement les surfaces fonctionnelles de l'axe de Henke :

**Question 41. Identifier** les fonctions techniques assurées. Pour chacune d'elle, **analyser** et **classer** les relations hiérarchiques (parents-enfants) des surfaces fonctionnelles.

**Question 42.** À partir des informations sur la liaison entre le tibia 0 et l'axe de Henke 1 vues dans la partie 6, **justifier** le choix des surfaces Cyl1 et PI1 pour les références A et B.

**Question 43. Proposer** une spécification géométrique entre les surfaces Cyl1, Cyl2 et les surfaces participant aux deux guidages en rotation de Henke et sagittal. Le dessin de définition donné sur le document réponse 2 - spécifications est à compléter avec cette spécification.

**Question 44. Proposer** une interprétation au sens de la norme de la spécification définie à la question précédente.



La pièce finie est réalisée par usinage de l'ensemble des surfaces à partir d'un brut parallélépipédique en acier de dimensions 230x145x80 mm.

La machine utilisée est une fraiseuse cinq axes avec broche verticale.

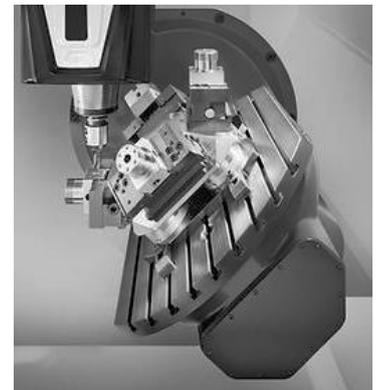
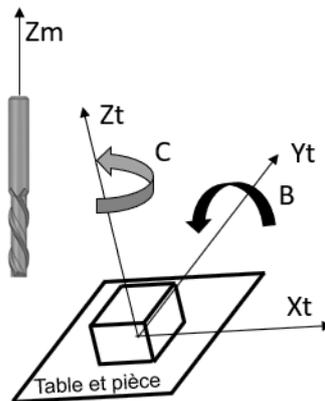


Figure 20 : machine-outil retenue et définition des cinq axes

À partir des informations données sur le dessin de définition et de l'ensemble des surfaces fonctionnelles :

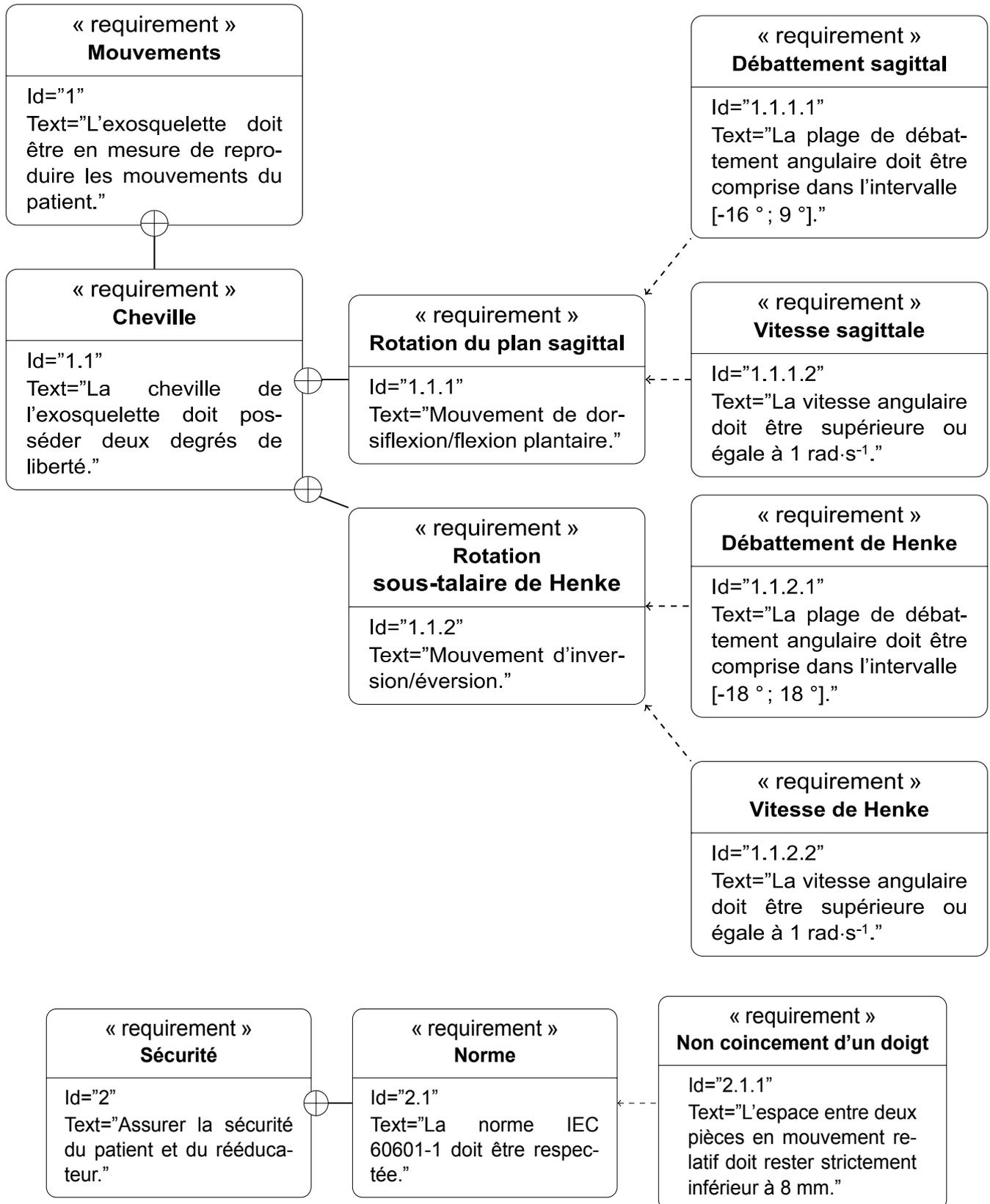
**Question 45. Proposer** une gamme de fabrication de la pièce finie en la détaillant succinctement : nombre de phases, mise en position de la pièce sur la table, choix d'outils.

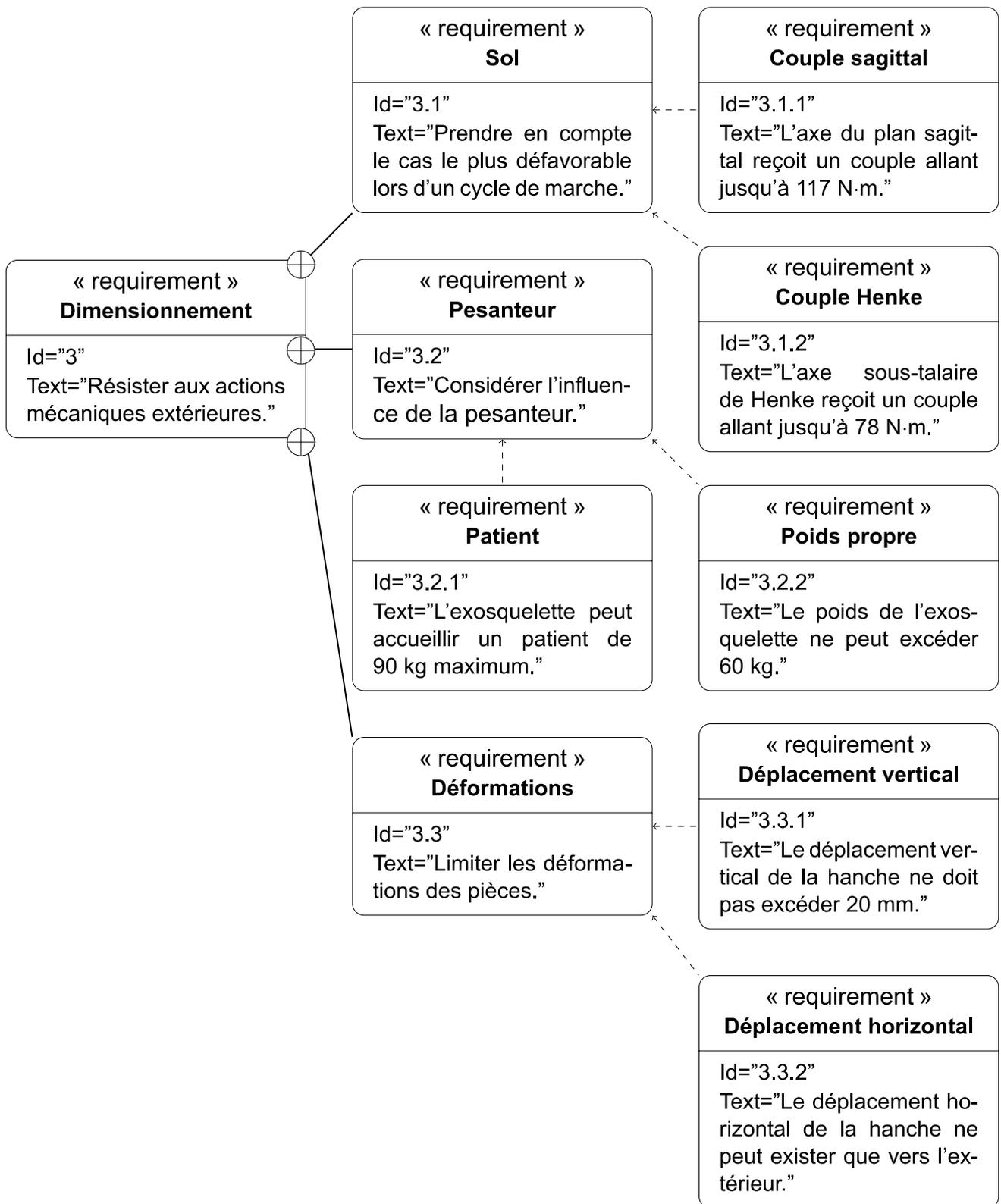
**Question 46. Proposer** et **justifier** un autre procédé de fabrication adapté aux contraintes d'industrialisation de la pièce.

## **9. Conclusion du sujet**

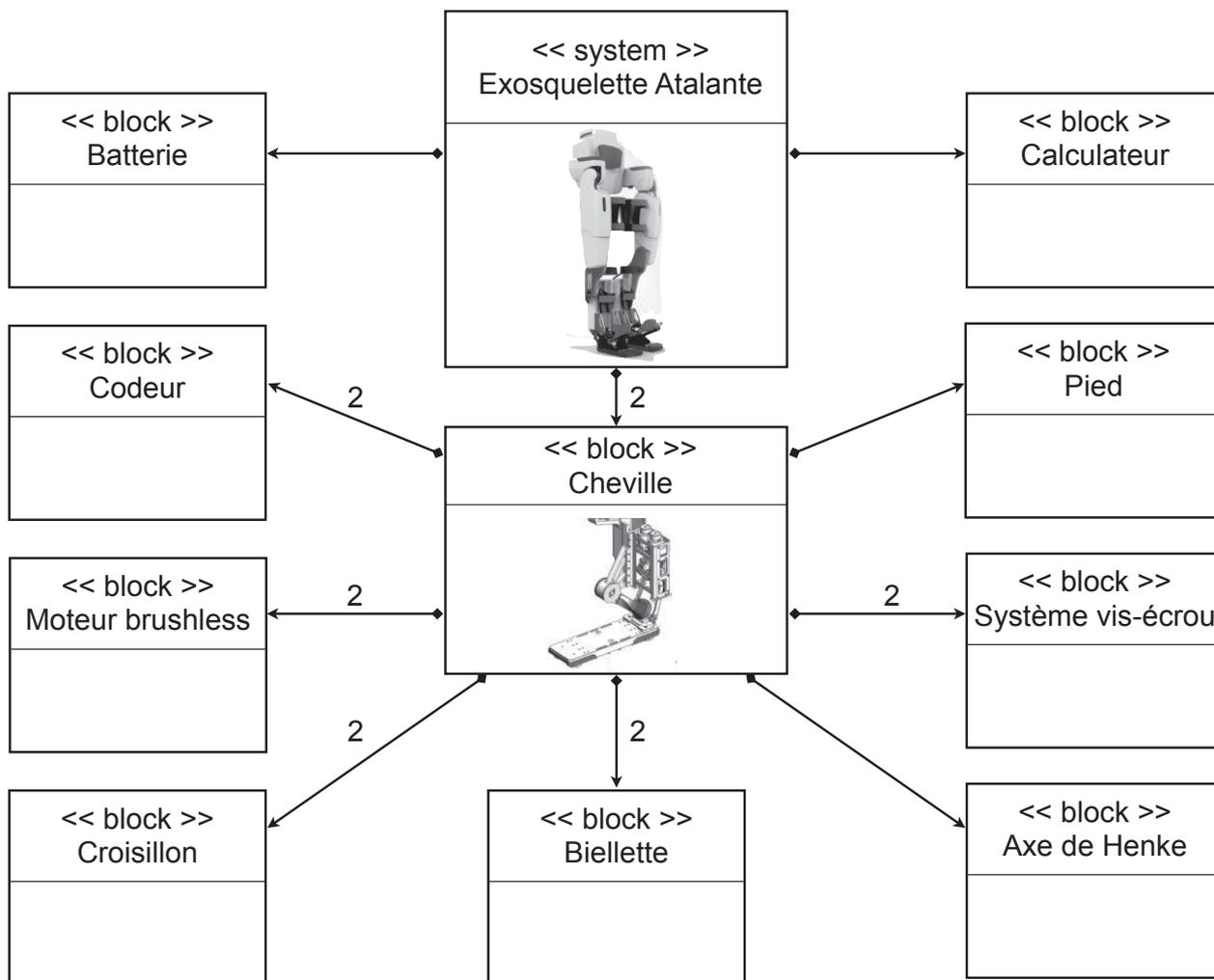
Les études menées ont permis de procéder à la validation de la conception d'une cheville d'exosquelette à deux degrés de liberté répondant aux exigences de l'annexe 1, tout comme celle commercialisée par la société Wandercraft.

La verticalisation précoce des patients est ainsi possible et la rééducation simplifiée.

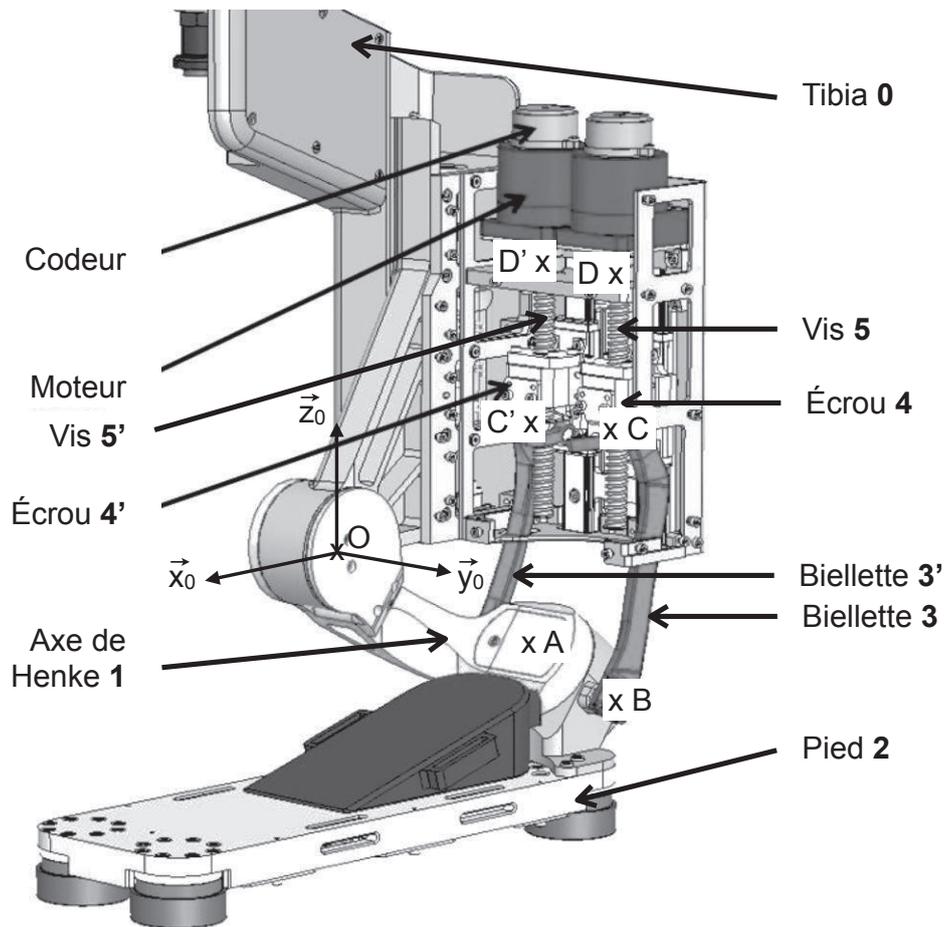




## Annexe 2 : Diagramme partiel de définition de blocs



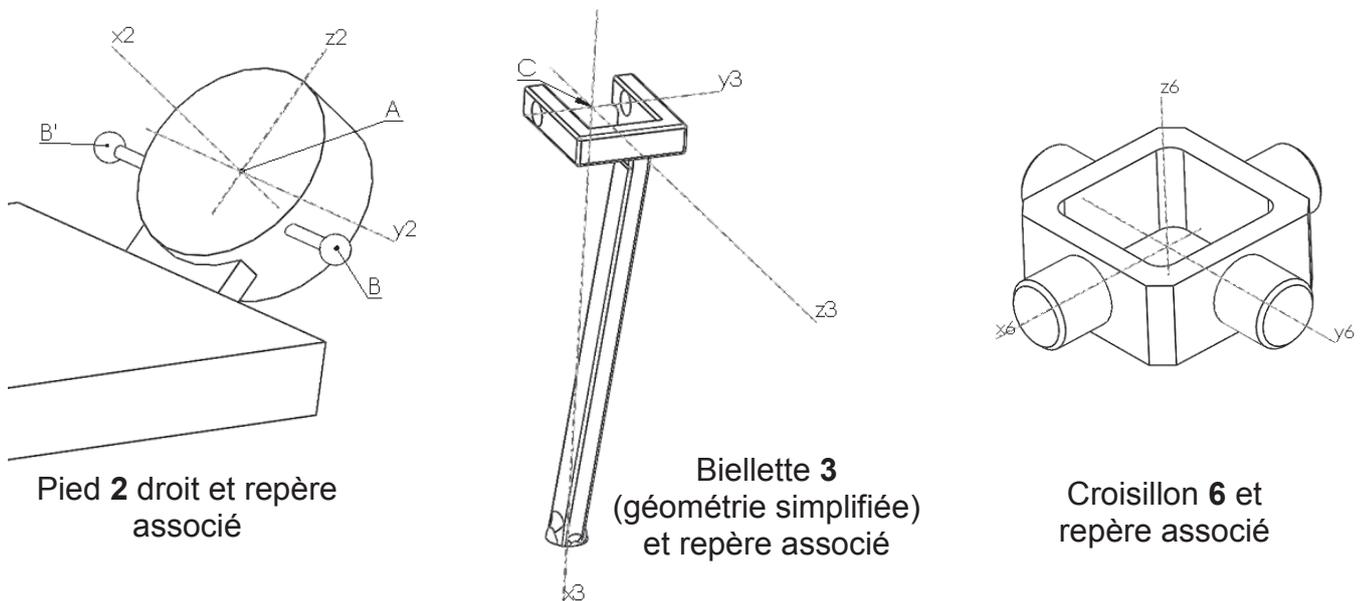
### Annexe 3 : Modélisation et paramétrage



On associe au tibia **0** le repère  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  (voir figure ci-dessus).

On associe à l'axe de Henke **1** le repère  $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  avec  $\vec{y}_1 = \vec{y}_0$ . Il est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{y}_0)$  avec le tibia **0**.

On associe au pied **2** le repère  $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  avec  $\vec{x}_2 = \vec{x}_1$ . Il est en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{x}_1)$  avec l'axe de Henke **1**. On pose  $\vec{OA} = -l_1 \cdot \vec{x}_1 + l_2 \cdot \vec{y}_1$ .



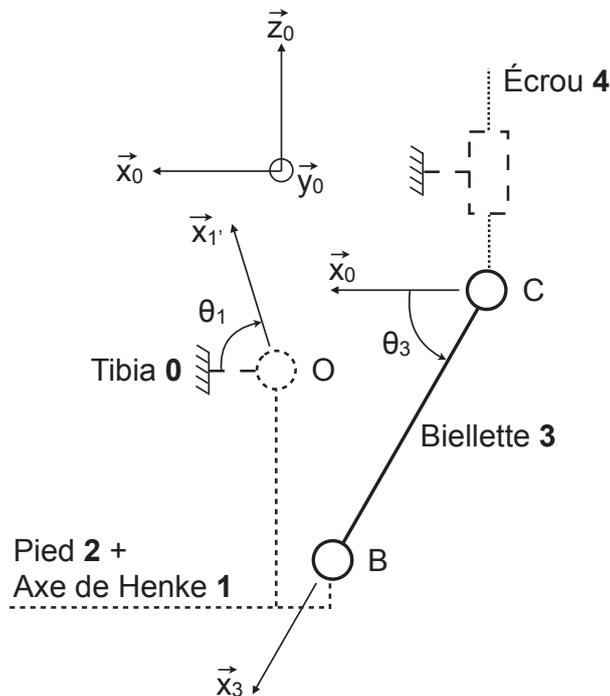
On associe à la bielle droite **3** le repère  $R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , à la bielle gauche **3'** un repère  $R_{3'} = (C', \vec{x}_3', \vec{y}_3', \vec{z}_3')$ . Les liaisons **3/2** et **3'/2** sont des sphériques de centres B et B' (respectivement). On pose  $\overline{BB'} = -l_2 \cdot \vec{y}_2$ .

Les croisillons droit **6** et gauche **6'** associés aux repères  $R_6 = (C, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$  et  $R_{6'} = (C', \vec{x}_6', \vec{y}_6', \vec{z}_6')$  (respectivement) sont en liaisons de centres C et C' (respectivement) avec les biellettes **3** et **3'** (respectivement). On pose  $\overline{CB} = l_3 \cdot \vec{x}_3$  ;  $\vec{y}_3 = \vec{y}_6$  ;  $\vec{y}_3' = \vec{y}_6'$ .

On associe aux écrous droit **4** et gauche **4'** les repères  $R_4 = (C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et  $R_{4'} = (C', \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  (respectivement). Les liaisons **4/0** et **4'/0** sont des glissières de direction  $\vec{z}_0$ .

On associe aux vis droite **5** et gauche **5'** le repère  $R_5 = (D, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$  et  $R_{5'} = (D', \vec{x}_5', \vec{y}_5', \vec{z}_5')$ . Les liaisons **5/0** et **5'/0** sont des pivots d'axes  $(D, \vec{z}_0)$  et  $(D', \vec{z}_0)$  (respectivement). Les liaisons **5/4** et **5'/4'** sont des hélicoïdales d'axes  $(D, \vec{z}_0)$  et  $(D', \vec{z}_0)$  (respectivement).

#### Annexe 4 : Modèle simplifié plan retenu pour les études géométrique et énergétique



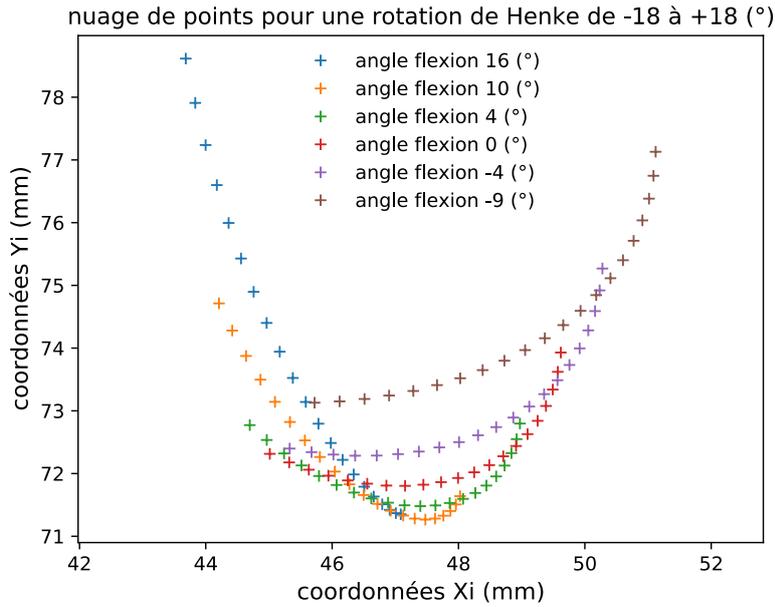
La rotation suivant l'axe sous-talaire de Henke est bloquée à angle nul :  $\theta_h = 0$  rad.

Le paramétrage plan retenu est le suivant :

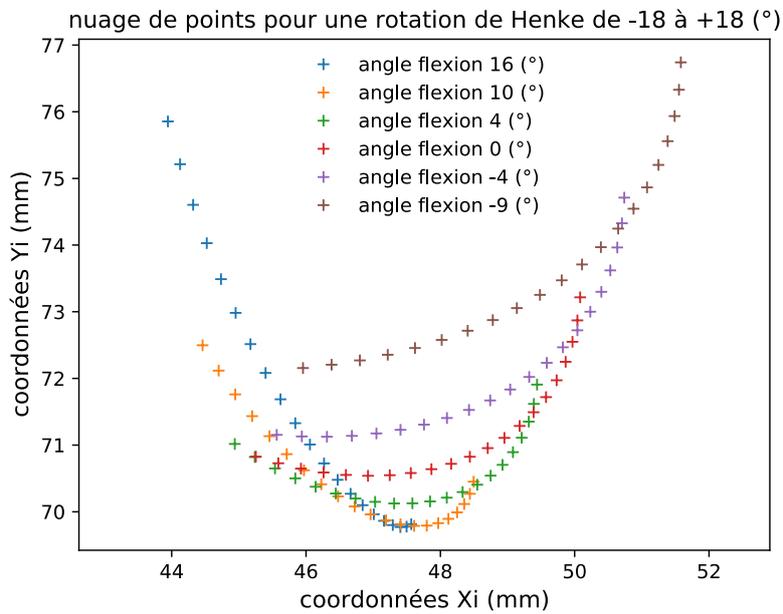
- $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est le repère fixe lié au tibia **0** ;
- $(O, \vec{x}_1', \vec{y}_0, \vec{z}_1')$  est le repère lié à l'ensemble **{1 ; 2}** (axe de Henke et pied) avec  $\overline{OB} = -l_1' \cdot \vec{x}_1'$  et  $\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1') = (\vec{z}_0, \vec{z}_1')$ . On notera que  $\theta_s = \theta_1 - \theta_{10}$  où  $\theta_{10}$  est une constante ;
- $(C, \vec{x}_3, \vec{y}_0, \vec{z}_3)$  est le repère lié à la bielle **3** avec  $\theta_3(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{z}_0, \vec{z}_3)$  ;
- $(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est le repère lié à l'écrou **4** avec  $\overline{CB} = l_3 \cdot \vec{x}_3$  et  $\overline{OC} = -l_0 \cdot \vec{x}_0 + \lambda(t) \cdot \vec{z}_0$ .

**Annexe 5 : Représentation de la localisation du point d'intersection I de l'axe de la biellette avec le plan d'altitude  $Z_T$**

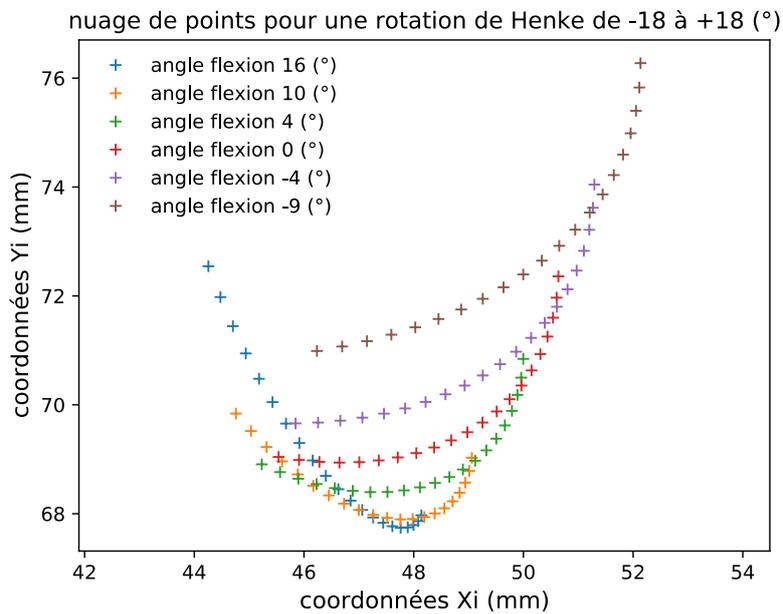
**$Z_T = 5 \text{ mm}$**



**$Z_T = 0 \text{ mm}$**



**$Z_T = -5 \text{ mm}$**

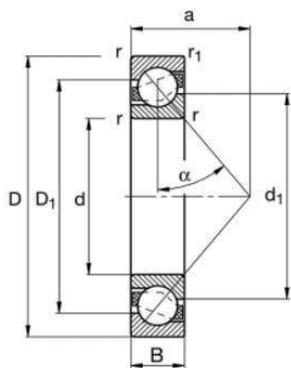


## Annexe 6 : Documents constructeurs

### Roulement à billes à contact oblique **SCHAEFFLER**

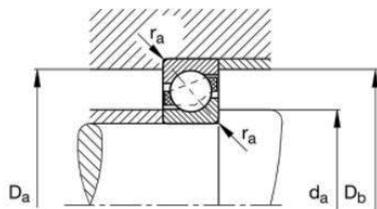


#### Information technique



#### dimensions principale & données de performance

d	30 mm	Alésage
D	55 mm	Diamètre extérieur
B	13 mm	Largeur
$C_r$	19 900 N	charge dyn. de base, radiale
$C_{0r}$	13 400 N	Charge stat. de base, radiale
$C_{ur}$	930 N	limite à la fatigue, radiale
$n_G$	16 800 1/min	vitesse limite
$n_{gr}$	10 200 1/min	vitesse de base
	0,106 kg	Poids



#### information additionnelle

$r_{min}$	1 mm	dimension minimum de chanfrein
$r_{1min}$	0,6 mm	dimension minimum de chanfrein
$D_1$	47,1 mm	diamètre joint bague extérieure
$d_1$	41,3 mm	diamètre joint bague intérieure
a	24 mm	distance sommet des cones de pression

Éléments pour le calcul de la charge équivalente :  
 $X_0 = 1$  et  $Y_0 = 0$

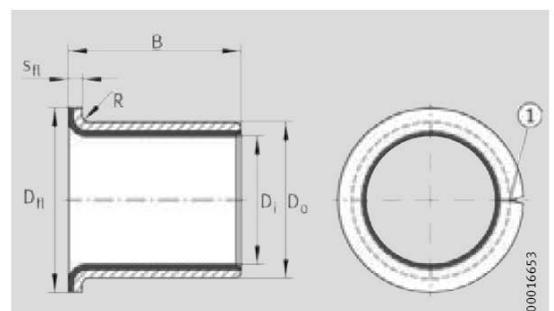
### Bagues à collerette **SCHAEFFLER**

#### Bagues à collerette

Sans entretien  
 Avec un support en acier ou en bronze

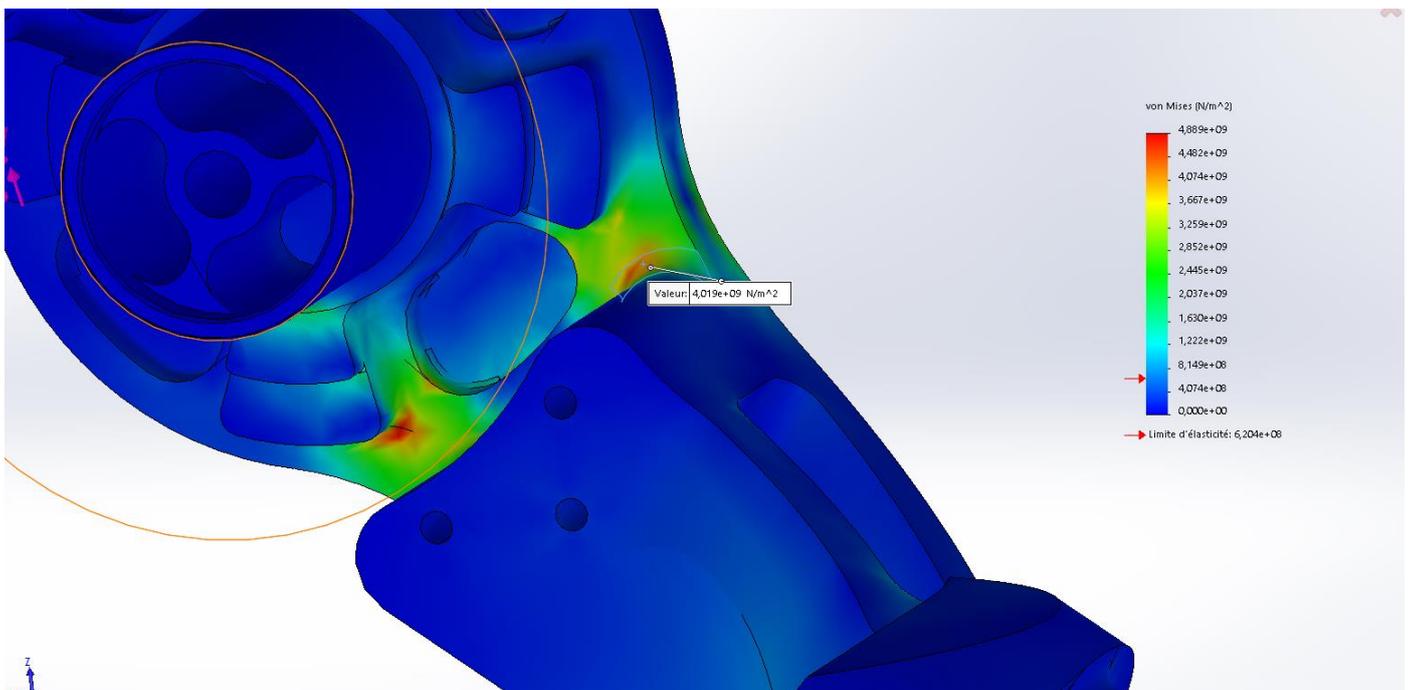
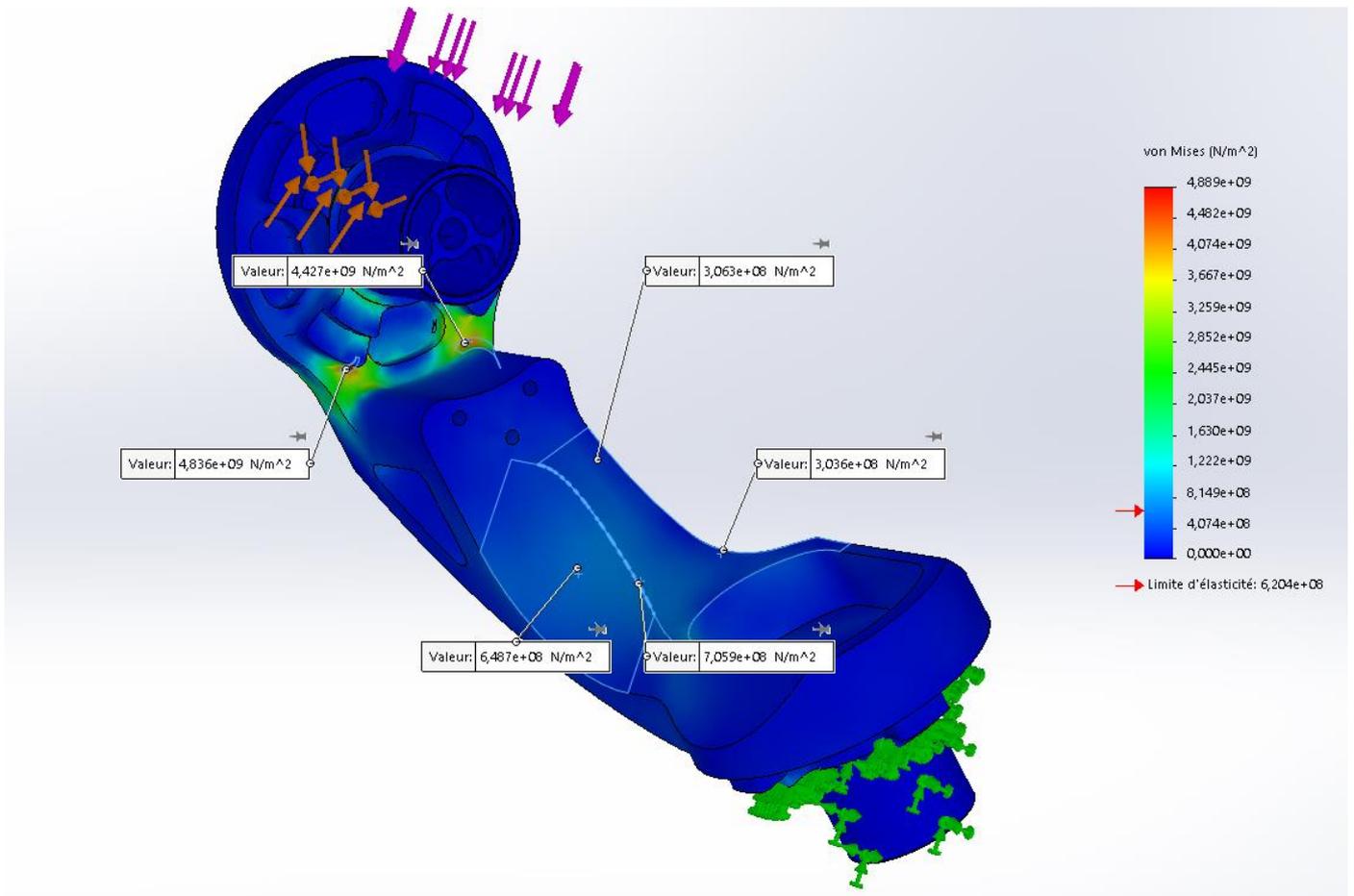
Tableau de dimensions (en mm)

Désignation	Masse m ≈g	Dimensions					
		$D_i$	$D_o$	$D_{fl}$	B	$s_{fl}$	R
EGF30160-E40	29,2	30	34	42 ±0,5	16 ±0,25	2 <sup>+0,05</sup> <sub>-0,2</sub>	2 max.
EGF30260-E40	44,2	30	34	42 ±0,5	26 ±0,25	2 <sup>+0,05</sup> <sub>-0,2</sub>	2 max.

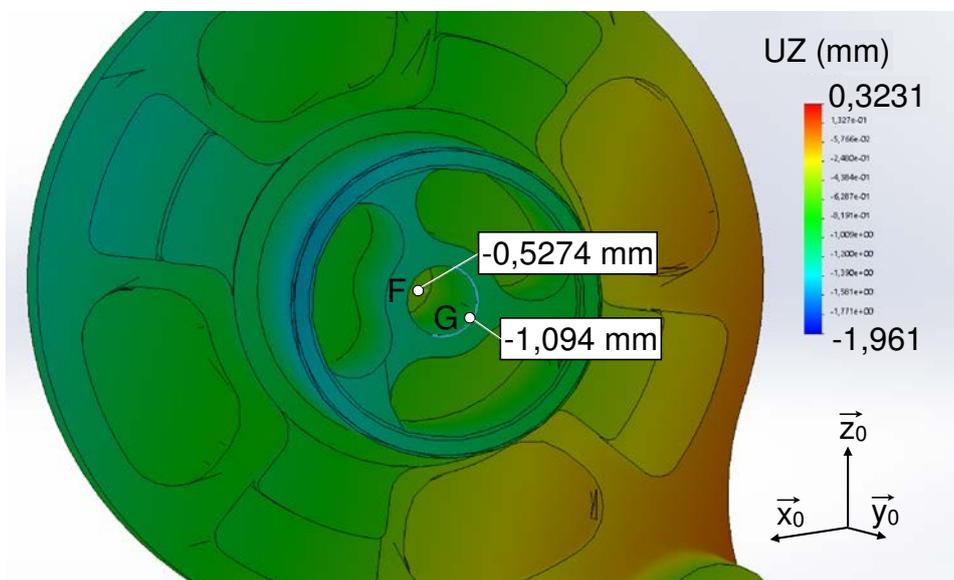
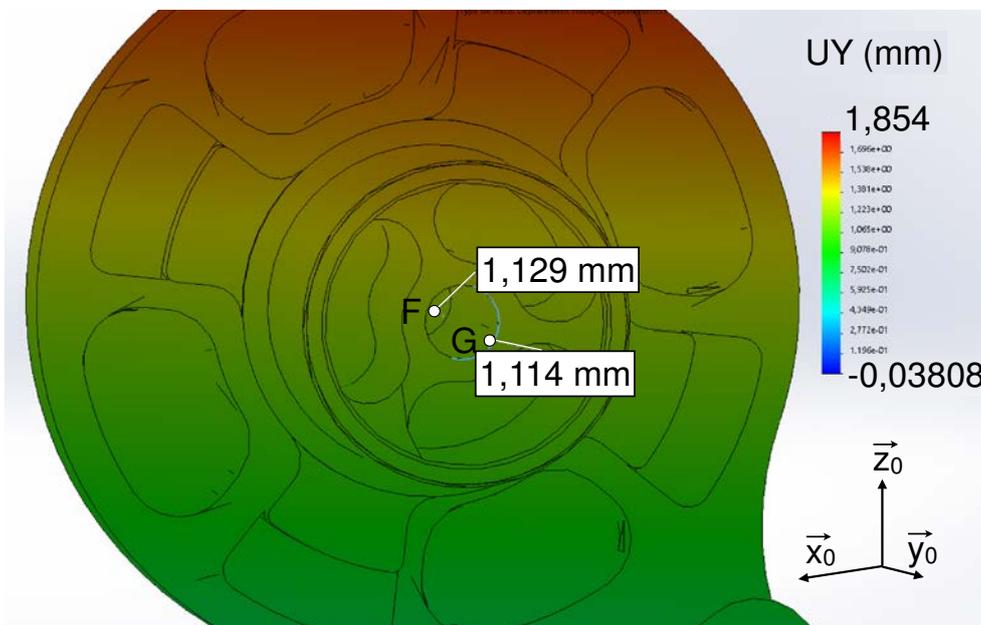
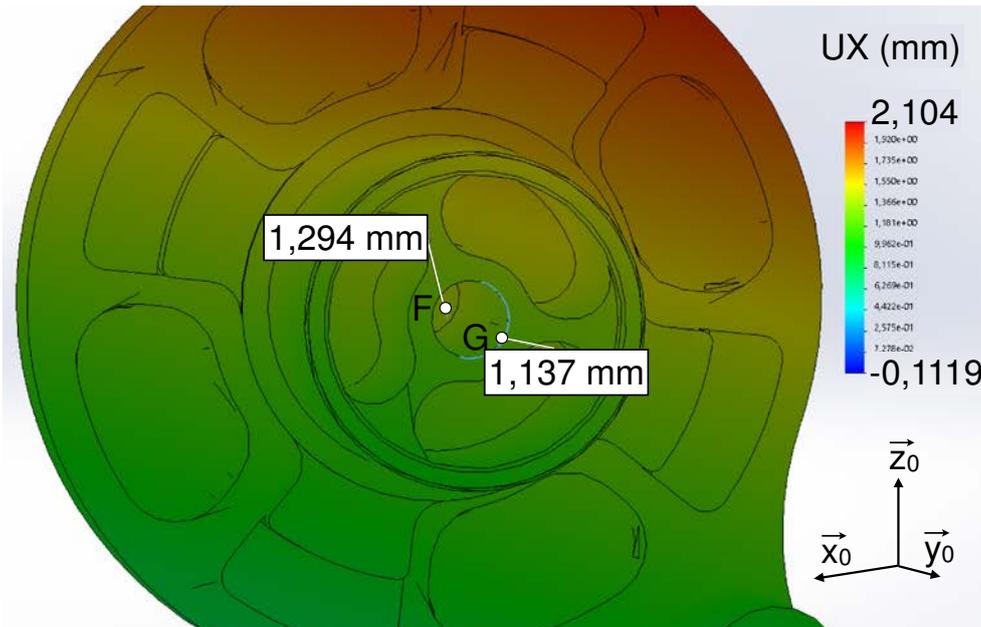


EGF  
 ① Jointure

## Annexe 7 : Simulation numérique des contraintes dans l'axe de Henke (sans couvercle)



**Annexe 8** : Simulation numérique des déplacements relatifs de l'axe de Henke dans  $R_0$  (avec couvercle). Les points choisis sont distants de 30 mm suivant  $\vec{y}_0$ .



## Annexe 9 : DIN - ACIER 40 Cr Mn Mo S 8-6 (W. Nr 1.2312)

### NF EN 10027-1/11-92 : 40 Cr Mn Mo S 8-6

#### Composition chimique :

Moyenne en %

C (Carbone)	Mn (Manganèse)	Cr (Chrome)	Mo (Molybdène)	S (Soufre)	Nickel
0,40	1,50	1,90	0,20	0,02	0,40

**Nota :** Valeurs à titre indicatif.

#### Propriétés :

Densité : 7,85 kg/dm<sup>3</sup>.

Conductibilité thermique à 20°C : 34 W/mK.

Module d'Young : 205 000 N/mm<sup>2</sup>.

Coefficient de dilatation thermique par °C de +20 à 200°C : 12,8 x 10<sup>-6</sup>.

Valeurs typiques de traction : Rp 0,2 : 850 MPa.

Rm : 1010 MPa – A 5,65 : 11%.

Coefficient de Poisson : 0,3.

#### Etat de livraison :

Traité à environ 280-320 HB.

Rm ≈ 1000 MPa

#### Traitement thermique :

Revenu : suivant caractéristiques désirées.

Adoucissement	710 – 740 °C
Refroidissement au four	lent au four
Dureté	235 HB maxi

#### Aptitudes :

Acier traité pour une dureté de 280 – 320 HB.

Bonne usinabilité.

Acier prétraité ayant une bonne trempabilité, à usinage amélioré.

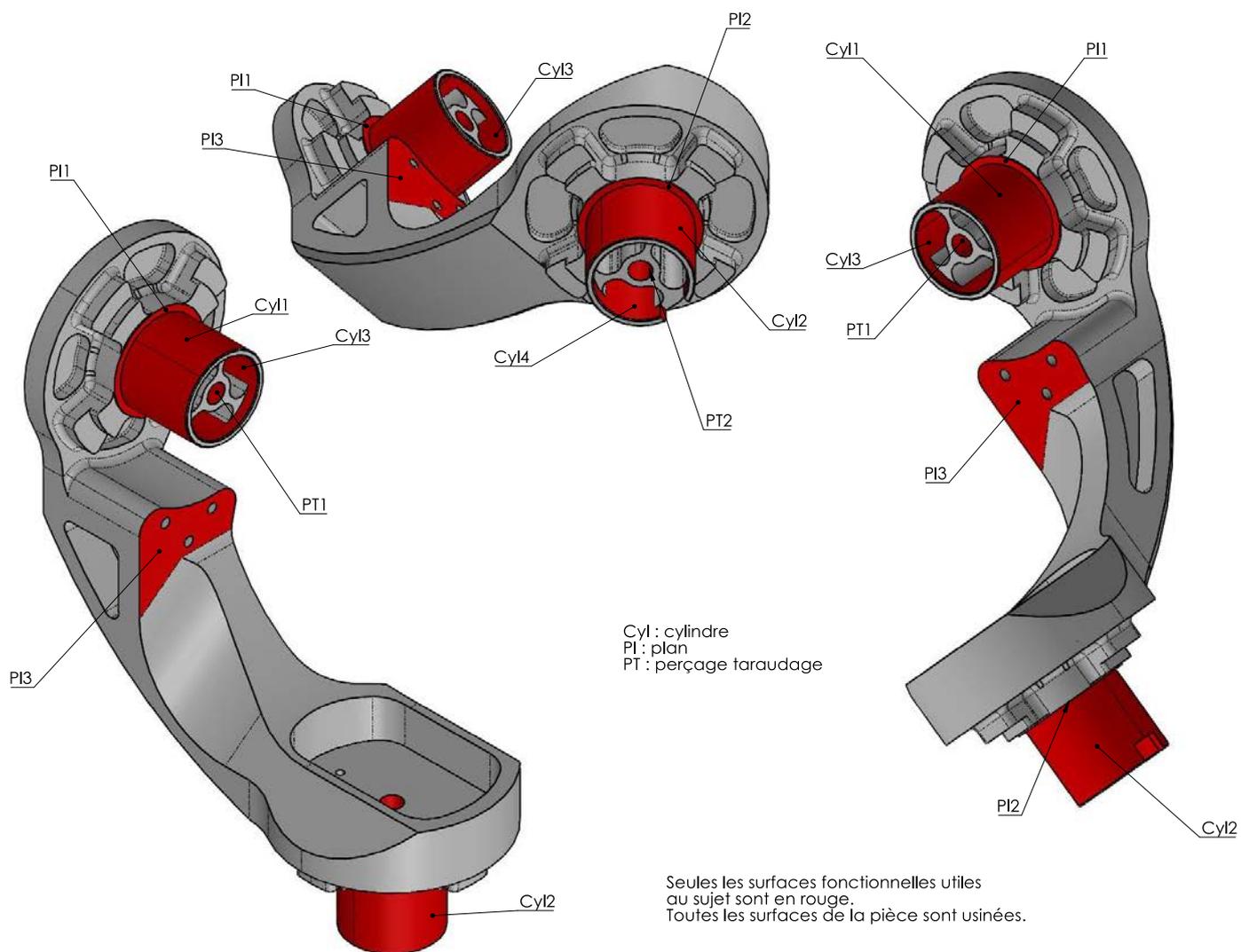
Son élaboration spéciale permet la réalisation d'un poli de démoulage.

Acier apte à subir tout type de nitruration.

#### Domaines d'application :

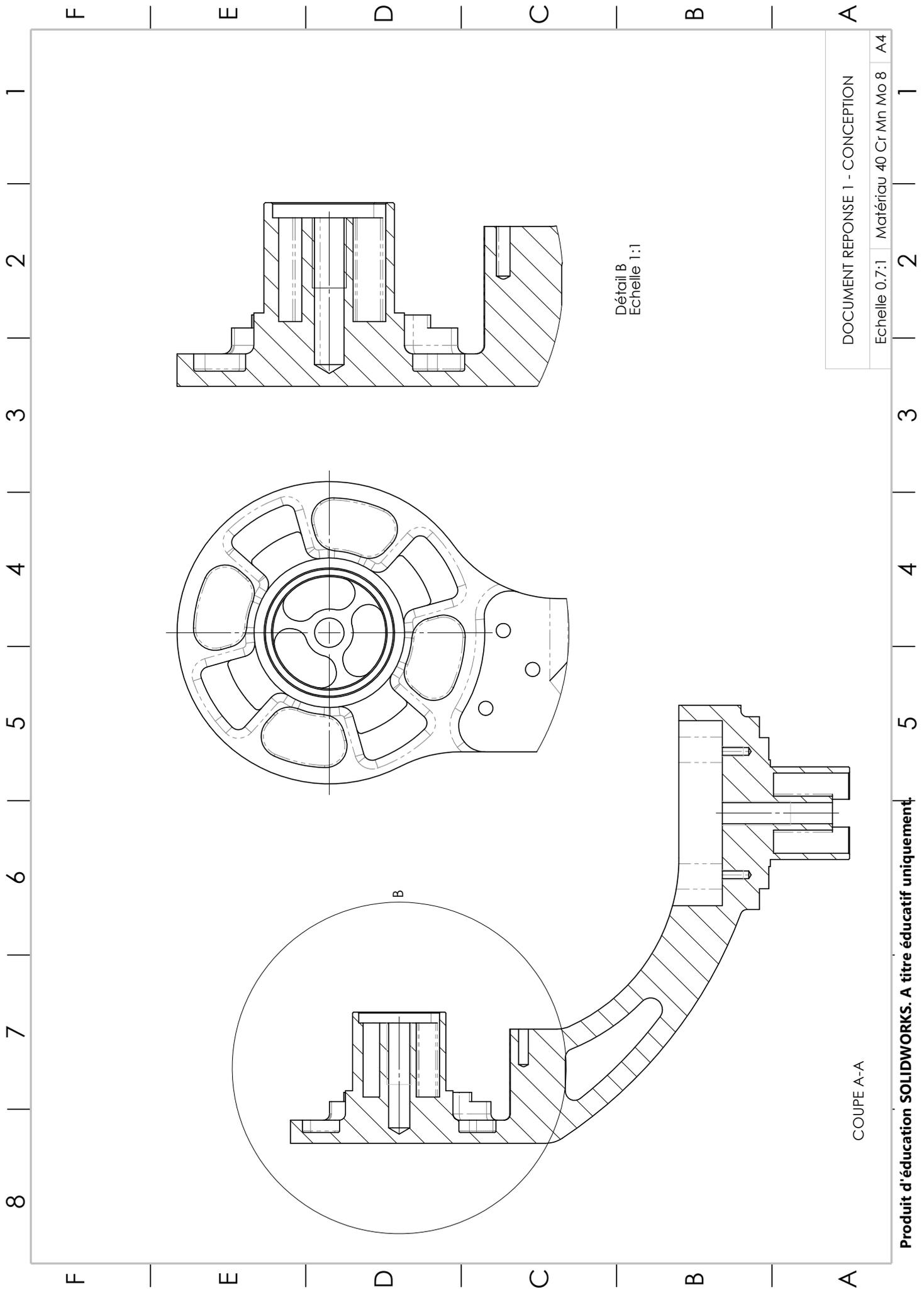
Nous préconisons cette nuance pour la réalisation de moules matières plastiques, carcasses de moules pour matière plastique et glissières pour machines-outils.

## Annexe 10 : Surfaces fonctionnelles de l'axe de Henke





**NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE**



Détail B  
Echelle 1:1

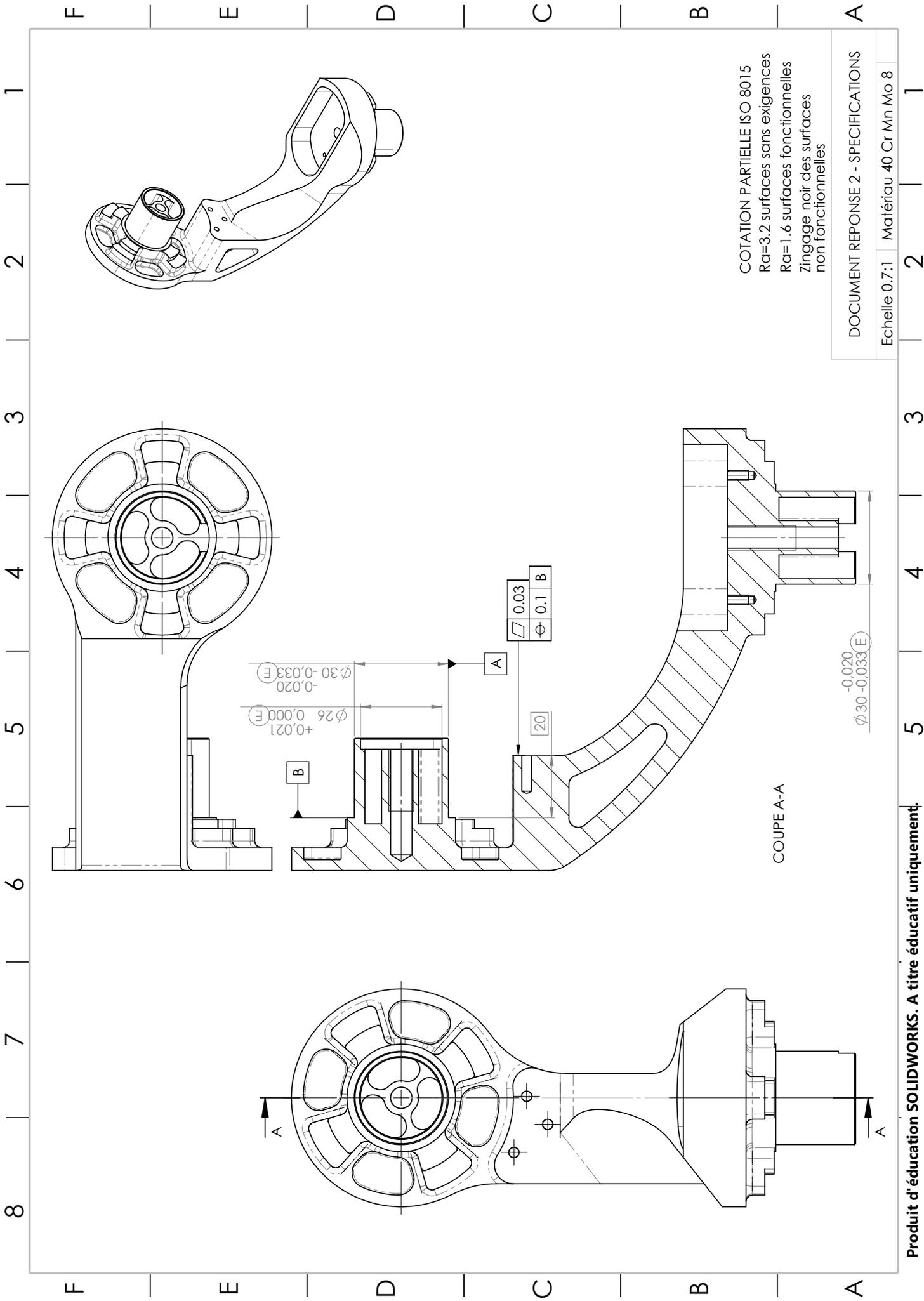
COUPE A-A

DOCUMENT REPONSE 1 - CONCEPTION

Echelle 0.7:1 Matériau 40 Cr Mn Mo 8 A4

Produit d'éducation SOLIDWORKS. A titre éducatif uniquement.

Tournez la page S.V.P.



COTATION PARTIELLE ISO 8015  
 Ra=3.2 surfaces sans exigences  
 Ra=1.6 surfaces fonctionnelles  
 Zingage noir des surfaces non fonctionnelles

DOCUMENT REPOSE 2 - SPECIFICATIONS	
Echelle 0.7:1	Matériau 40 Cr Mn Mo 8