

SESSION 2026



**CAPET
CONCOURS EXTERNE
ET CAFEP CORRESPONDANT
(BAC + 3)**

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Option : : INGÉNIERIE ÉLECTRIQUE

ADMISSIBILITÉ : ÉPREUVE 2

L'épreuve consiste en une résolution de problème.

L'épreuve vise à apprécier la capacité du candidat, à partir de l'exploitation de ressources et documents techniques, à résoudre un problème technique posé et à établir des éléments de conception préliminaire.

Durée : 4 heures

Calculatrice autorisée selon les modalités de la circulaire du 17 juin 2021 publiée au BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier. Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire.

Tournez la page S.V.P.

A

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie.

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

► **Concours externe du CAPET de l'enseignement public :**

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
LDE	1412E	102	4062

► **Concours externe du CAFEP/CAPET de l'enseignement privé :**

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
LDF	1412E	102	4062

Conseils aux candidats

Il est demandé aux candidats :

- de rédiger les réponses aux différentes études sur des feuilles de copie séparées et clairement repérées ;
- de numéroter chaque feuille de copie et indiquer le numéro de la question traitée ;
- de rendre tous les documents réponses, même non complétés ;
- d'utiliser exclusivement les notations indiquées dans le sujet lors de la rédaction des réponses ;
- de justifier clairement les réponses ;
- d'encadrer ou souligner les résultats ;
- de présenter lisiblement les applications numériques, sans omettre les unités, après avoir explicité les expressions littérales des calculs ;
- de formuler les hypothèses nécessaires à la résolution des problèmes posés si celles-ci ne sont pas indiquées dans le sujet.

Sommaire

	Page
Sommaire	1
Présentation du support	2
ÉTUDE A (à traiter obligatoirement)	3
ÉTUDE B (à traiter obligatoirement)	9
DOCUMENTS TECHNIQUES DE L'ÉTUDE A	14
DOCUMENTS TECHNIQUES DE L'ÉTUDE B	16

Les études A et B sont à traiter obligatoirement par tous les candidats.

Présentation du support

Étude du bus Hycity®

Hycity® est un autobus à hydrogène fabriqué par la société Safra, qui va prendre la suite du Businova®, un véhicule de transport urbain à haut niveau de performances techniques, économiques et écologiques.

Dans cet autobus, présenté à la figure 1, toute la chaîne de propulsion a été revue avec un essieu électrifié ZF AVE 130 constitué de deux moteurs électriques ZF 125 kW, implantés directement sur l'essieu arrière. Ces moteurs assurent la propulsion, avec une plus forte puissance de freinage régénératif.

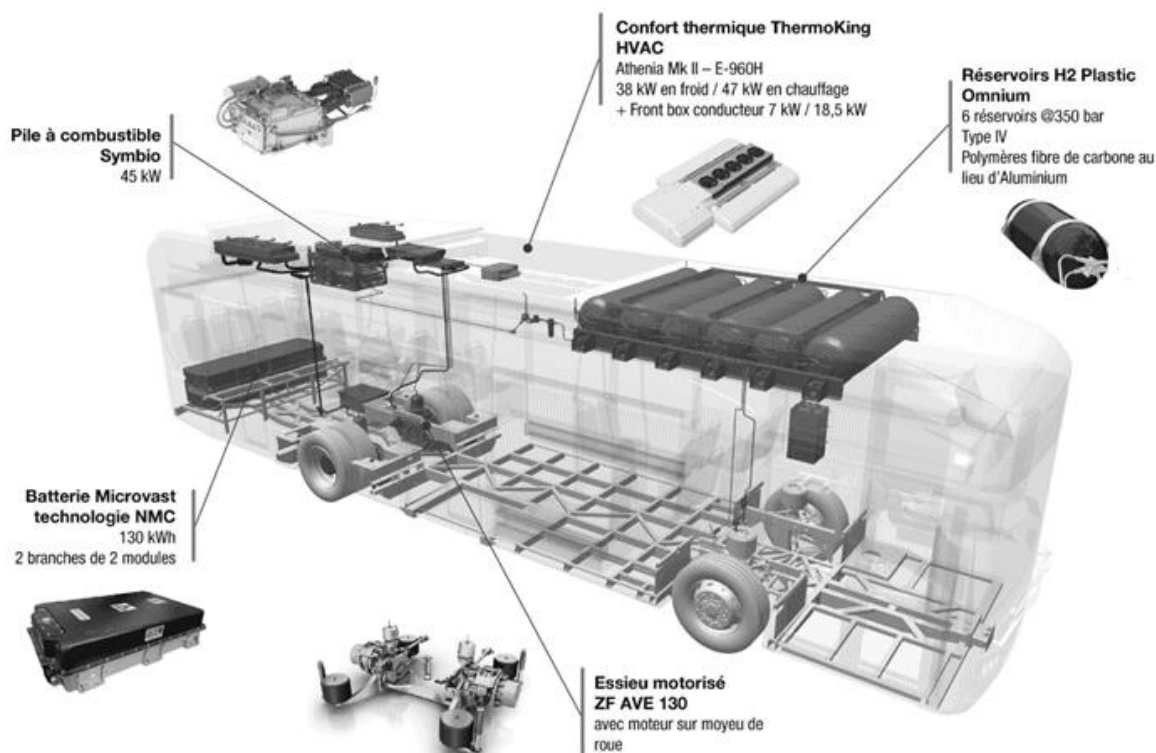


Figure 1 – Présentation du bus Hycity®

Safra a conservé la capacité énergétique de 128,4 kW·h pour les batteries. Elles ont été dimensionnées pour modérer l'impact environnemental de la construction du bus et pour ne pas avoir à être remplacées plus d'une fois au cours de la durée de vie du Hycity®. Pour la même raison, elles ne sont exploitées que jusqu'à 20 % de décharge. Leur durée de vie est estimée à huit ans.

Le Businova® recevait une pile à combustible (PAC) de 30 kW. Le Hycity® va conserver cette puissance, mais via une limitation par logiciel sur une pile à combustible de 45 kW. Cette puissance est suffisante, et permettra de procéder à des évolutions en cas de besoin.

Le stockage de l'hydrogène est assuré par six réservoirs de 232 litres qui offrent une autonomie minimale annoncée de 2 trajets types en cycle urbain.

ÉTUDE A (à traiter obligatoirement)

Comment permettre les différentes mobilités du bus ?

Lors d'un fonctionnement normal du bus, la pile à combustible fournit la plus grande partie de l'énergie nécessaire à la motorisation de celui-ci. Elle doit être capable de fournir l'énergie nécessaire pour au moins 2 trajets types complets. La batterie permet quant à elle de fournir un surplus de puissance lors des phases d'accélération et de récupérer de l'énergie lors des phases de freinage. En cas de défaillance de la PAC, elle doit également permettre de fournir l'énergie nécessaire pour rentrer au dépôt sans se décharger en dessous de 20 % de sa capacité totale.

Objectif : Choisir la motorisation de l'essieu électrifié ZF AVE 130 et la stratégie de commande du variateur de vitesse.

Autonomie moyenne du bus

Grâce à des simulations, le constructeur estime que pour un trajet type de 200 km, l'énergie à fournir par la pile à combustible (PAC) est de 852 MJ.

Question A1 | En considérant un rendement de la PAC de 50 % et sachant que le pouvoir calorifique de l'hydrogène est de $141 \text{ MJ}\cdot\text{kg}^{-1}$, déterminer la masse d'hydrogène à embarquer pour effectuer le trajet type.

Question A2 | Dans les conditions de stockage de l'hydrogène, sa masse volumique est estimée à environ $25 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. En déduire le volume d'hydrogène nécessaire pour effectuer le trajet type puis le nombre de trajets types réalisables avec un remplissage complet des réservoirs du bus avant recharge. Conclure sur le respect du cahier des charges.

La batterie du bus doit posséder une capacité de $128,4 \text{ kW}\cdot\text{h}$ et une tension nominale de 600 V. Pour la construire, deux branches de deux modules identiques composés de cellules NMC HpCO - $53,5 \text{ A}\cdot\text{h}$ de tension nominale de 3,5 V et de capacité $53,5 \text{ A}\cdot\text{h}$ sont associées.

Cette structure est représentée par la figure A1.

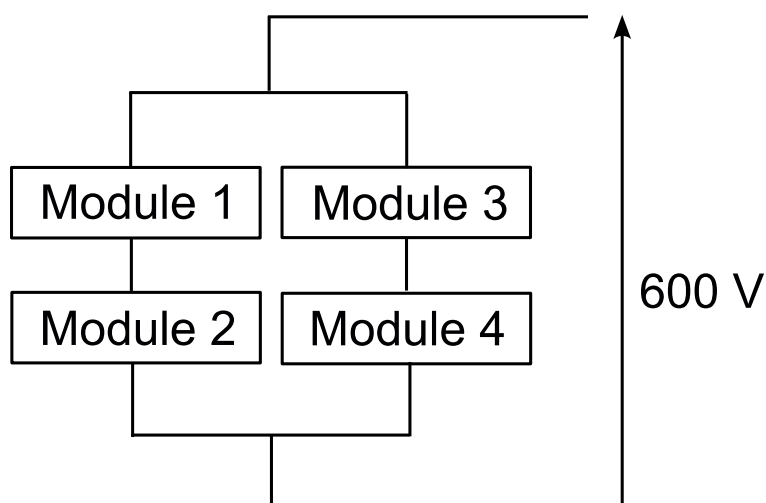


Figure A1 – Structure de la batterie

Question A3 | Calculer le nombre de cellules à associer en série dans chaque module pour respecter la tension nominale de la batterie.

Question A4 | Calculer la capacité totale de la batterie en A·h. En déduire le nombre de cellules à associer en parallèle dans chaque module et le nombre total de cellules que doit commander le constructeur pour fabriquer la batterie d'un bus.

En cas de défaillance de la pile à combustible, le constructeur évalue à 22 kW la puissance moyenne que doit délivrer la batterie pour permettre le déplacement du bus à une vitesse moyenne de 40 km·h⁻¹.

Question A5 | Lorsque la batterie est totalement chargée, calculer l'autonomie du bus à 40 km·h⁻¹ jusqu'au niveau critique de décharge. Conclure quant à la capacité du bus à rentrer au dépôt en cas de défaillance de la PAC.

Conditions d'utilisation extrêmes du bus

Dans cette partie, on souhaite dimensionner la motorisation de l'essieu en tenant compte des conditions extrêmes d'utilisation du bus. Pour cela, deux cas particuliers sont identifiés :

- cas n°1 : le bus roule à la vitesse maximale de 70 km·h⁻¹ sur une pente nulle ;
- cas n°2 : le bus roule à la vitesse constante de 20 km·h⁻¹ sur une pente maximale de 15 %.

La puissance mécanique nécessaire au déplacement du bus est fournie par les deux actionneurs électriques de l'essieu électrifié ZF AVE 130. L'expression de la force nécessaire pour assurer le déplacement du bus, à vitesse constante, est donnée par :

$$F = C_{RR} \cdot M \cdot g + \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot C_x \cdot S_f + M \cdot g \cdot p \quad (\text{Équation 1})$$

Les caractéristiques principales du bus ainsi que les notations utiles pour cette partie sont données ci-dessous.

M	Masse totale autorisée en charge	21 tonnes
R	Rayon extérieur en charge des pneumatiques	0,44 m
C _{RR}	Coefficient de résistance au roulement	0,01
S _f	Section frontale du véhicule	8,4 m ²
C _x	Coefficient de pénétration dans l'air	0,34
Ω _{roue}	Vitesse angulaire d'une roue	rd·s ⁻¹
Ω _m	Vitesse angulaire de l'actionneur électrique	rd·s ⁻¹
k	Rapport de réduction du réducteur : $k = \frac{\Omega_m}{\Omega_{roue}}$	22,66
η _r	Rendement du réducteur	0,95
v _{max}	Vitesse maximale du véhicule	70 km·h ⁻¹
v	Vitesse du véhicule	m·s ⁻¹
C _{ch}	Couple résistant imposé sur l'arbre d'un des actionneurs électriques	N·m
C _m	Couple développé par un des actionneurs électriques	N·m

J_{eq}	Moment d'inertie équivalent de l'ensemble des pièces en mouvement ramenées sur l'arbre moteur	2,4 kg·m ²
p	Pente de la route	
g	Accélération de la pesanteur	9,81 m·s ⁻²
ρ	Masse volumique de l'air	1,28 kg·m ⁻³
P_{max}	Puissance mécanique maximale développée par le bus	W

Question A6 | Compléter le document réponse DRA1 en y indiquant les valeurs des forces nécessaires à l'avancée du bus dans les cas n°1 et n°2. Après avoir rappelé l'expression de la puissance mécanique d'un objet en translation rectiligne uniforme, compléter la colonne correspondante dans le document réponse DRA1.

Pour un moteur, l'équation 2 rappelle l'expression de la puissance mécanique développée.

$$P = C_m \cdot \Omega_m \quad (\text{Équation 2})$$

Question A7 | Donner l'expression de la vitesse de rotation d'un moteur Ω_m en fonction de la vitesse d'avancée du bus, du rayon des roues et du rapport de réduction du réducteur. Faire l'application numérique dans les cas n°1 et n°2. En déduire le couple moteur C_m généré par un moteur dans les cas n°1 et n°2 sachant qu'il y a deux moteurs sur l'essieu et que le rendement du réducteur est imparfait. Compléter les deux dernières colonnes du document réponse DRA1.

L'équation 3 donne l'expression obtenue par l'application du principe fondamental de la dynamique sur l'arbre d'un des deux actionneurs électriques.

$$J_{eq} \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = C_m - C_{ch} \quad (\text{Équation 3})$$

Au cours du cycle de fonctionnement, le cas critique d'utilisation du moteur intervient lorsque dans une pente nulle on souhaite accélérer de 20 km·h⁻¹ à 70 km·h⁻¹ en 4 secondes.

Question A8 | En considérant un couple résistant $C_{ch} = 28 \text{ N}\cdot\text{m}$ constant lors de l'accélération maximale du bus, déterminer la valeur du couple moteur lors de cette phase.

Question A9 | En utilisant les résultats des questions A7 et A8, choisir sur le document technique DTA1 un moteur pouvant convenir au bus parmi les trois solutions proposées. Justifier le choix.

Modélisation de la machine asynchrone

Dans cette partie, un seul des deux actionneurs de l'essieu électrifié est mis en œuvre en charge puis à vide.

La machine est un moteur asynchrone (MAS) triphasé à cage, 230 V / 400 V, 700 Hz. Deux essais sous tension et fréquence nominales en fonctionnement moteur ont été réalisés.

Les résultats de ces essais sont les suivants :

- à vide, un courant de ligne $I_0 = 42,5 \text{ A}$;
- sous charge nominale :

Tension efficace nominale simple V_n	Courant de ligne nominal I_n	Facteur de puissance nominal	Rendement nominal	Vitesse angulaire nominale	Fréquence nominale d'alimentation
230 V	156 A	0,94	0,905	$1079 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$	700 Hz

Dans toute cette partie, les résistances et inductances de fuites statoriques, ainsi que les pertes mécaniques sont négligées.

Question A10 | Déterminer le nombre de paires de pôles p_m de cette machine.

Question A11 | À partir de l'essai sous charge nominale, déterminer les valeurs numériques pour :

- le glissement g_n ;
- la puissance active absorbée P_{an} ;
- la puissance réactive absorbée Q_n ;
- la puissance utile P_{un} .

La figure A2 présente le modèle équivalent simplifié d'une phase de la machine asynchrone.

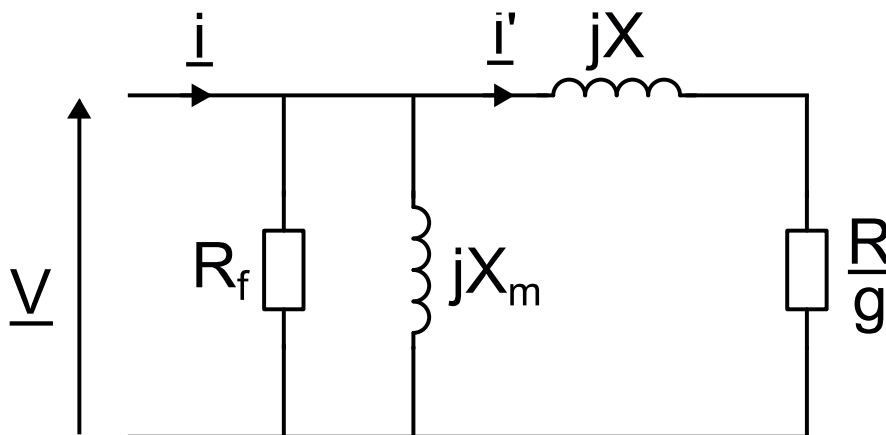


Figure A2 – Modèle équivalent simplifié d'une phase de la machine asynchrone (MAS)

Question A12 | Lors de l'essai à vide, indiquer quelle approximation est possible sur la valeur du glissement g . Dessiner le nouveau schéma équivalent simplifié d'une phase de la machine asynchrone dans ce cas puis donner les expressions littérales de la puissance active P_0 et de la puissance réactive Q_0 consommées par la machine en fonction de V la valeur efficace de la tension, R_f et X_m .

Question A13 | Calculer la puissance apparente S_0 consommée par la machine lors de l'essai à vide. En déduire la valeur de R_f et X_m sachant que $P_0 = 7,82 \text{ kW}$.

D'autres essais ont mené aux valeurs suivantes :

$$R = 0,032 \, \Omega \quad X = 0,152 \, \Omega$$

Le calcul de la puissance électromagnétique via le modèle équivalent de la figure A2 mène à l'expression du couple utile C_U donnée à l'équation 4 :

$$C_U = \frac{3 \cdot p_m \cdot V^2}{2\pi \cdot f} \cdot \frac{R}{\frac{R^2}{g} + g \cdot X^2} \quad (\text{Équation 4})$$

Question A14 | Donner la valeur du glissement g au démarrage de la machine. En déduire la valeur du couple utile C_{Ud} disponible au démarrage de la machine et conclure sur la capacité de la machine à démarrer sous tension et fréquence nominales sachant que le couple résistant sur l'arbre moteur est de 451 N·m à l'arrêt.

Variation de vitesse

Le moteur, objet de l'étude précédente, est alimenté par un onduleur autonome triphasé. L'alimentation triphasée délivrée par l'onduleur au moteur présente une valeur efficace de tension simple V , une fréquence f et une pulsation ω . Le moteur est couplé en étoile.

Le document réponse DRA2 représente la plaque à bornes de chaque machine asynchrone triphasée utilisée dans l'essieu électrifié. Celle-ci comporte six bornes (U1, V1, W1, U2, V2, W2) auxquelles sont reliées les entrées et les sorties des trois enroulements. Les phases disponibles en sortie de l'onduleur sont notées Ph1, Ph2 et Ph3.

Question A15 | Compléter le câblage du moteur représenté sur le document réponse DRA2 afin de réaliser le couplage choisi par le constructeur.

La figure A3 présente le schéma électrique de l'onduleur de tension étudié. On s'intéresse dans un premier temps à la mise en œuvre d'une commande simplifiée.

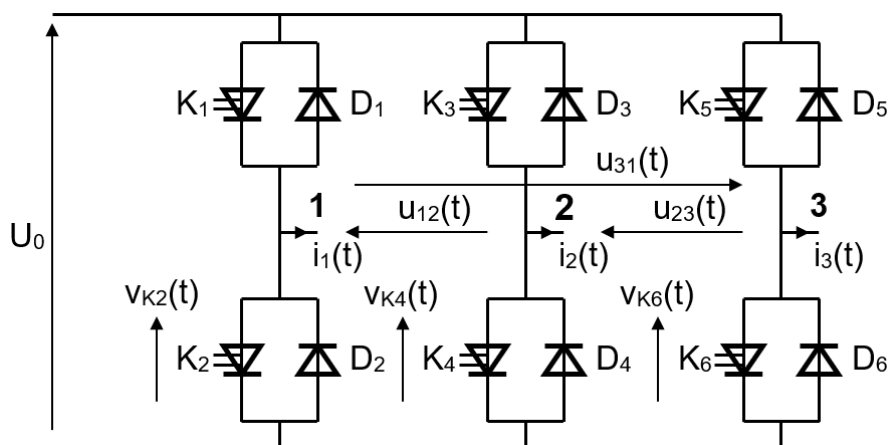


Figure A3 – Schéma électrique de l'onduleur de tension

Hypothèses :

- les composants sont idéaux. Les K_i sont des interrupteurs unidirectionnels, commandés à l'ouverture et à la fermeture. Un interrupteur en conduction présente une tension nulle à ses bornes ;
- la tension U_0 est continue ;
- le moteur asynchrone triphasé est alimenté à partir des bornes repérées 1, 2 et 3 du schéma de la figure A3 ;
- la commande des interrupteurs est périodique de fréquence $f_0 = 1/T_0$ et suit le séquencement indiqué dans le tableau ci-dessous (la présence d'un interrupteur correspond à l'état passant de celui-ci) :

$$0 \quad \frac{T_0}{6} \quad \frac{T_0}{3} \quad \frac{T_0}{2} \quad \frac{2T_0}{3} \quad \frac{5T_0}{6} \quad T_0 \quad \frac{7T_0}{6} \quad \frac{4T_0}{3} \quad \frac{3T_0}{2} \quad \frac{5T_0}{3} \quad \frac{11T_0}{6} \quad 2T_0$$

K_1	K_1	K_1	K_2	K_2	K_2	K_1	K_1	K_1	K_2	K_2	K_2
K_4	K_4	K_3	K_3	K_3	K_4	K_4	K_4	K_3	K_3	K_3	K_4
K_5	K_6	K_6	K_6	K_5	K_5	K_5	K_6	K_6	K_6	K_5	K_5

Pour un fonctionnement donné, l'intensité du courant $i_1(t)$ absorbée par la borne 1 de la machine asynchrone est représentée sur le document réponse DRA3.

Question A16 | Tracer les chronogrammes de $v_{K2}(t)$, $v_{K4}(t)$, $u_{12}(t)$ et $u_{31}(t)$ sur le document DRA3.

Question A17 | Sachant que $u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t)$, $u_{31}(t) = v_3(t) - v_1(t)$ et $v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) = 0$, montrer que : $v_1(t) = \frac{u_{12}(t) - u_{31}(t)}{3}$. Tracer alors l'allure de v_1 sur le document réponse DRA3.

Question A18 | L'exploitation du tracé de v_1 permet de déterminer sa valeur efficace $v_{1\text{eff}} = \frac{\sqrt{2}}{3} U_0$. En déduire la valeur de U_0 à appliquer pour obtenir une alimentation correcte de la machine asynchrone.

En optimisant l'origine des temps, la tension $u_{12}(t)$ peut se décomposer sous la forme donnée par l'équation 5 avec n un entier naturel correspondant au rang des harmoniques :

$$u_{12}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(n \cdot \omega \cdot t) \quad \text{avec} \quad A'_n = \frac{4 \cdot U_0}{\pi \cdot n \cdot \sqrt{2}} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{6}\right)$$

(Équation 5)

Question A19 | Calculer les amplitudes $|A'_n|$ des harmoniques de la tension $u_{12}(t)$ pour $n < 10$ avec $U_0 = 490$ V et $f_0 = 700$ Hz. Compléter alors le spectre sur le document réponse DRA4.

Le document technique DTA2 montre le spectre obtenu avec une autre stratégie de commande de l'onduleur : la modulation de largeur d'impulsion (MLI). Dans cette commande pour produire les signaux souhaités, on compare une modulante à la fréquence $f_0 = 700$ Hz et une porteuse à la fréquence $f_p = 10$ kHz.

Question A20 | Pour les fréquences allant de 0 à 7 kHz environ, indiquer quelle stratégie de commande (simplifiée ou MLI) semble la plus optimale. Justifier.

ÉTUDE B (à traiter obligatoirement)

Comment réguler la température de fonctionnement de la pile à combustible ?

Le niveau de performance d'un système à pile à combustible résulte d'une optimisation entre ses paramètres de fonctionnement : température, pression et humidité des gaz.

En effet, le contrôle de la température de fonctionnement de la pile à combustible, de la pression des gaz ainsi que l'hydratation de la membrane permettent d'augmenter sa conductivité ionique.

En particulier, la régulation en température de la pile doit répondre à trois objectifs :

- protéger la pile. La température de la partie solide de la pile ne doit pas dépasser 85 °C et l'écart entre la température des gaz en entrée de la pile et celle de la pile doit être inférieure à 10 °C ;
- optimiser le bon fonctionnement de la pile. Pour cela la température de la pile T_s doit être asservie à une consigne T_{cons} variable, avec une précision de 2 °C. De plus, l'écart entre les températures des gaz en entrée et de l'eau en sortie de la pile doit être inférieur à 5 °C ;
- assurer un bilan d'eau positif. Cet objectif devient prioritaire lorsque le volume d'eau stocké descend en-dessous d'un seuil limite.

Objectif : Choisir une partie des constituants de la chaîne de mesure de température de la pile à combustible. Établir l'équation de récurrence d'un correcteur numérique

Acquisition de la température de la pile à combustible

La mesure de la température est assurée par un capteur du constructeur Jumo, dont la référence est 902040/12-370-1003-1-7,5-29-121-20/000. Ses caractéristiques sont présentées dans le document technique DTB1.

Le cahier des charges vis-à-vis de la mesure de la température est le suivant :

Étendue de mesure	-5 °C à 90 °C
Erreur de mesure	< 1 °C

Question B1

À partir du document technique DTB1 et de la référence du capteur, identifier :

- le type de transducteur (conversion de la grandeur physique en une grandeur électrique) de ce capteur ;
- l'étendue de mesure ;
- le type de capteur : passif ou actif.

D'après le document technique DTB2, le capteur peut être modélisé par une résistance équivalente notée R_T .

Question B2

À l'aide du document technique DTB2 et du cahier des charges, donner la loi d'évolution de R_T en fonction de la température.

En première approche, cette résistance évolue selon la loi $R_T = R_0(1+a \cdot T)$ où R_0 est la résistance à 0°C et a , un coefficient à déterminer.

Question B3 | Justifier pourquoi cette première approche est satisfaisante dans le cadre de l'étude. Identifier alors dans le document technique DTB2 les valeurs numériques de R_0 et a .

La chaîne de mesure de la température de la pile est donnée figure B1.

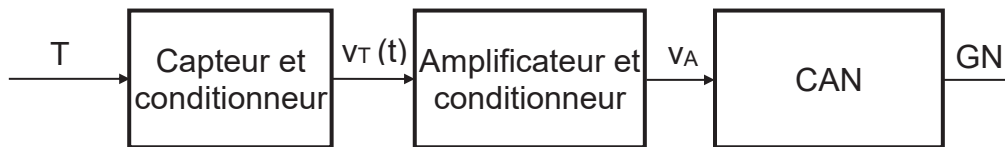


Figure B1 – Chaîne d'acquisition de la mesure de la position angulaire

Les conditionneurs et amplificateurs mettent en œuvre des amplificateurs linéaires intégrés (ALI ou AOP) considérés comme idéaux.

L'évolution de la température est suffisamment lente pour que la température soit considérée comme constante. Les grandeurs électriques utilisées dans le conditionneur sont alors considérées comme continues.

Le capteur Jumo est inséré dans un premier circuit conditionneur présenté à la figure B2.

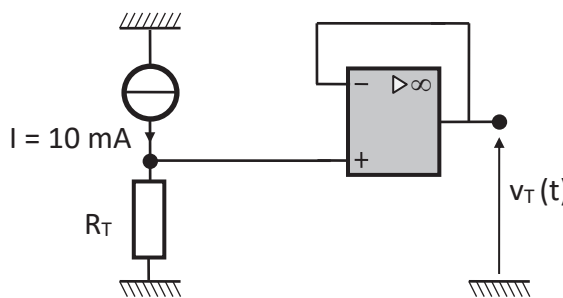


Figure B2 – Circuit de conditionnement du capteur de température

Question B4 | Exprimer la tension $v_T(t)$, en sortie de l'ALI. La mettre sous la forme : $v_T = U_0 \cdot (1+a \cdot T)$ en exprimant U_0 qui est fonction de I et de R_0 , puis expliquer quel est le nom et le rôle de ce montage.

Question B5 | Calculer les valeurs de v_T pour les températures extrêmes données dans le cahier des charges. Représenter l'évolution de v_T en fonction de T .

L'utilisation optimale du convertisseur analogique numérique impose en sortie de l'ensemble {amplificateur + conditionneur} une tension v_A directement proportionnelle à la température et évoluant sur une plage de tension de 3 V, telle que $v_A = c \cdot T$, avec $c > 0$. Cela nécessite d'utiliser un ou plusieurs montages parmi ceux présentés dans le document technique DTB3.

Question B6 | Justifier le besoin de l'ensemble {amplificateur + conditionneur} pour mesurer la température sur une plage de -5°C à 90°C . Montrer que la valeur de c est égale à $0,0316 \text{ V} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.

Quelles que soient les valeurs déterminées précédemment, on considérera désormais :

$$v_T = 1 + 0,0039 \cdot T$$

Question B7 | Montrer que la tension U_{T2} du montage 1 du document technique DTB3 s'écrit sous la forme : $\frac{V_s}{V_E} = \frac{R_1+R_0}{R_1}$. En déduire le nom et le rôle de ce type de montage.

Question B8 | Choisir, en justifiant la réponse, un montage du document technique DTB3 afin de concevoir l'ensemble {amplificateur + conditionneur}.

Le montage 3 est finalement retenu pour réaliser l'amplification et le conditionnement.

Question B9 | Déterminer les valeurs des composants (résistances, sources de tension) pour obtenir l'expression de $v_A = f(T)$ désirée.

La documentation du CAN choisi par le constructeur (ADS7029-Q1) est présentée dans le document technique DTB4.

Question B10 | Relever les caractéristiques du CAN dans le document technique DTB4 et déterminer :

- la grandeur pleine échelle ;
- la résolution ;
- le quantum q.

Question B11 | Montrer que la sensibilité $S = \frac{\Delta GN}{\Delta T}$ de l'ensemble {capteur + amplificateur + conditionneur + CAN} est égale à $2,684 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. En déduire le gain de l'ensemble de la chaîne de mesure ainsi que le mot numérique en binaire puis en hexadécimal, noté N_c , correspondant à la température de consigne de la régulation de température $T_c = 55 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Question B12 | À partir de l'exploitation du document technique DTB5, déterminer l'erreur de quantification maximale et en déduire l'erreur de mesure de la température T de la chaîne de mesure. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Asservissement de la température de fonctionnement de la pile

Pour un fonctionnement optimal de la pile à combustible, la température doit être maintenue en permanence entre 50 et 60 °C. Un extrait du diagramme d'exigences de la régulation de température est donné figure B3.

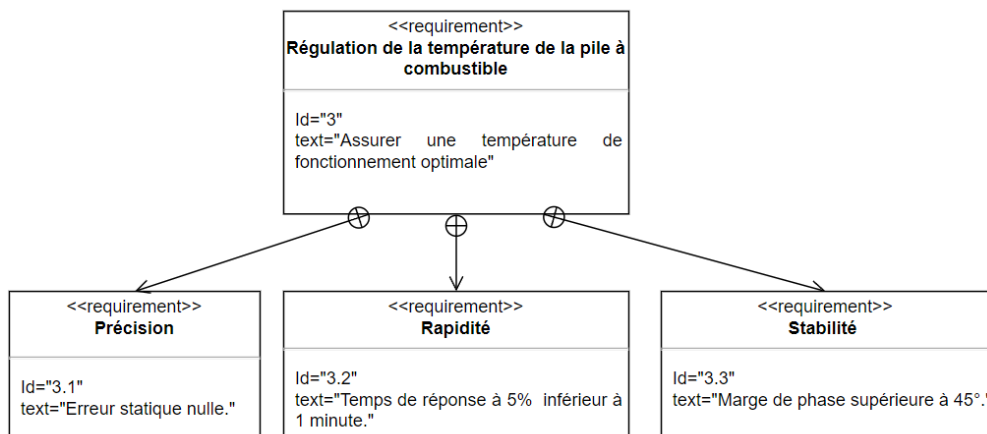


Figure B3 – Exigences fonctionnelles liées à la régulation en température de la pile

L'étude qui suit s'intéresse aux variations autour d'un point de fonctionnement fixé à $T_C = 55\text{ °C}$ (milieu de l'intervalle de fonctionnement optimal).

Le schéma fonctionnel ci-dessous représente l'asservissement numérique en température du système de refroidissement de la pile à combustible.

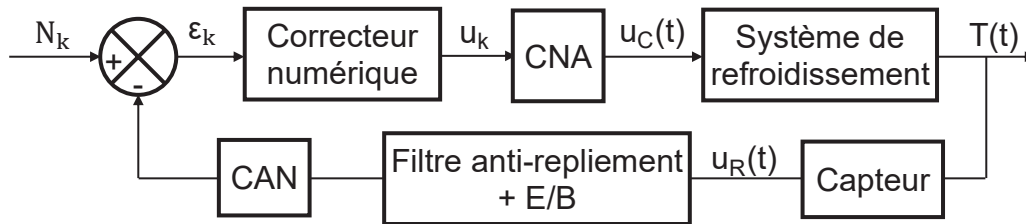


Figure B4 – Schéma bloc de la régulation numérique de température

On note $T(p)$, $U_C(p)$ et $U_R(p)$ les transformées de Laplace associées aux variables temporelles $T(t)$, $u_C(t)$ et $u_R(t)$. La température T est exprimée en $^{\circ}\text{C}$ et les tensions $u(t)$ et $u_R(t)$ en V .

Le système de refroidissement peut être modélisé par le système du premier ordre suivant :

- constante de temps : $\tau = 0,9\text{ s}$;
- gain statique : $K = 4^{\circ}\text{C}\cdot\text{V}^{-1}$.

Le capteur de température est assimilé à un simple gain de valeur $K_c = 0,0316\text{ V}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Détermination de la fréquence d'échantillonnage

L'allure de la réponse de $u_R(t)$ pour un échelon de tension de commande $u_C(t)$ de 1 V est donnée sur le document réponse DRB1. Le constructeur désire obtenir au moins 10 échantillons au cours du régime transitoire.

Question B13 | Déterminer, en utilisant le document réponse DRB1, la durée du régime transitoire (de $t = 0$ à $t_{R5\%}$). Établir l'inégalité que doit respecter la période d'échantillonnage, T_e . En déduire la fréquence d'échantillonnage minimale f_{\min} à utiliser.

Question B14 | Définir le rôle de l'échantillonneur-bloqueur (E/B). Donner le schéma électrique d'un échantillonneur-bloqueur d'ordre zéro.

Indépendamment des résultats obtenus, la période d'échantillonnage retenue par la suite est donnée par $T_2 = 0,25\text{ s}$.

Question B15 | Compléter le document réponse DRB1 en représentant les allures du signal échantillonné $u_R^*(t)$ et du signal échantillonné – bloqué $u_{RB}(t)$.

Question B16 | Déterminer le temps de conversion T_c maximal que doit respecter le convertisseur numérique analogique. Conclure à partir du document technique DTB4 sur la capacité du CAN à convertir suffisamment rapidement la grandeur analogique.

Question B17 | Définir le rôle du filtre anti-repliement. Rappeler le théorème de Shannon. En déduire l'ordre de grandeur de la fréquence de coupure f_c du filtre anti-repliement si ce dernier est considéré comme parfait.

Établissement de la relation de récurrence du correcteur numérique

Le respect des exigences pour la régulation de la température de la pile a conduit le constructeur à choisir le correcteur $C(p)$ de fonction de transfert :

$$C(p) = K_{co} \cdot \frac{1 + T_{co} \cdot p}{T_{co} \cdot p} = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)}, \text{ avec } K_{co} \text{ et } T_{co} \text{ des constantes.}$$

La température est mesurée par l'intermédiaire d'un capteur et d'une chaîne de mesure de période d'échantillonnage notée T_e . Après chaque acquisition de température à $t = k \cdot T_e$, une commande de température u_k est transmise au système de refroidissement.

On note :

- $\{u_k\}$ la suite des valeurs de commande de température générées aux instants $k \cdot T_e$;
- $\{\varepsilon_k\}$ la suite des valeurs de $\varepsilon(t)$ calculées aux instants $k \cdot T_e$.

Question B18 | Donner l'expression de la transformée de Laplace de l'expression suivante : $\frac{du(t)}{dt}$ dans les conditions de Heaviside. À partir de l'expression de la fonction de transfert $C(p)$, donner la relation permettant d'exprimer $U(p)$ en fonction de $\varepsilon(p)$. Démontrer que l'équation différentielle liant $u(t)$ et $\varepsilon(t)$ est la suivante : $T_{co} \frac{du(t)}{dt} = K_{co} \varepsilon(t) + K_{co} T_{co} \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$.

On considère que l'expression $\frac{g_k - g_{k-1}}{T_e}$ constitue une expression numérique approchée de la dérivée de $g(t)$ à l'instant $k \cdot T_e$.

Question B19 | En posant $t = k \cdot T_e$ dans l'équation différentielle précédente, déterminer alors l'équation de récurrence permettant de calculer u_k en fonction de u_{k-1} , ε_k et ε_{k-1} . La mettre sous la forme ci-dessous et exprimer les coefficients b_1 , a_0 et a_1 en fonction de T_{co} , T_e et K_{co} :

$$u_k = b_1 \cdot u_{k-1} + a_0 \cdot \varepsilon_k + a_1 \cdot \varepsilon_{k-1}.$$

Question B20 | Compléter sur le programme Python du document réponse DRB2 :

- la définition des paramètres ;
- l'expression de la relation de récurrence dans la fonction correcteur.

DOCUMENTS TECHNIQUES DE L'ÉTUDE A

Document technique DTA1

Extrait de la documentation d'actionneurs (MAS) pour l'essieu électrifié

Moteur 1

N_n	Fréquence de rotation nominale	2976 tr·mn ⁻¹
f_n	Fréquence nominale des tensions d'alimentation	50 Hz
C_n	Couple utile nominal	350 N·m
C_{max}	Couple utile maximal	980 N·m
P_n	Puissance utile nominale	110 kW

Moteur 2

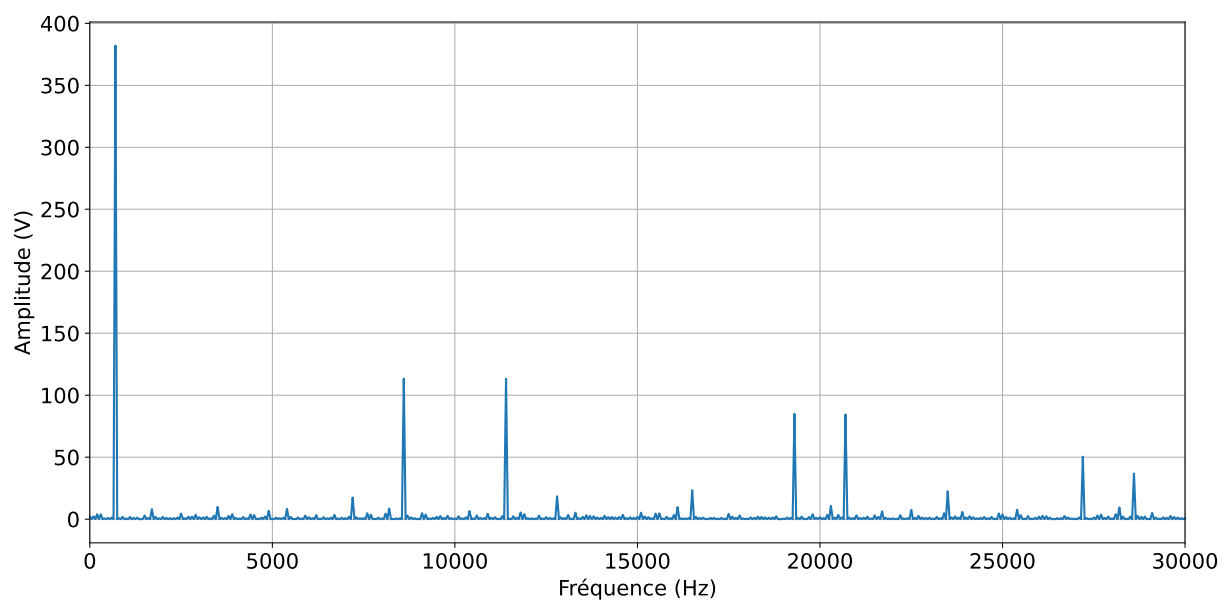
N_n	Fréquence de rotation nominale	10 300 tr·mn ⁻¹
f_n	Fréquence nominale des tensions d'alimentation	700 Hz
C_n	Couple utile nominal	100 N·m
C_{max}	Couple utile maximal	400 N·m
P_n	Puissance utile nominale	100 kW

Moteur 3

N_n	Fréquence de rotation nominale	10 300 tr·mn ⁻¹
f_n	Fréquence nominale des tensions d'alimentation	700 Hz
C_n	Couple utile nominal	85 N·m
C_{max}	Couple utile maximal	475 N·m
P_n	Puissance utile nominale	92 kW

Document technique DTA2

Spectre de la tension composée $u_{12}(t)$ obtenu avec une commande MLI



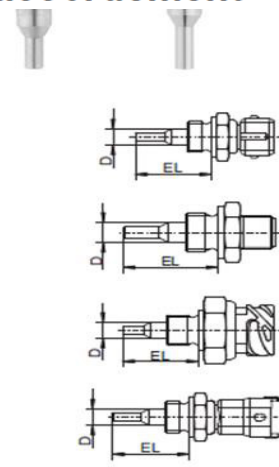
Document technique DTB1



Sondes à résistance à visser avec cosse de raccordement
Références de commande

		(1) Type de base	
		902040/10	Sonde à résistance à visser avec connecteur AMP (Junior-Power-Timer)
		902040/12	Sonde à résistance à visser avec connecteur machine M12 x 1
		902040/15	Sonde à résistance à visser avec connecteur à baïonnette suivant DIN 72585
		902040/17	Sonde à résistance à visser avec connecteur compact Bosch 1.1
		(2) Température d'utilisation en °C	
x	x	370	-50 à +150 °C
x	x	387	-50 à +270 °C (brièvement 300 °C)
		(3) Élément de mesure	
x	x	1003	1x Pt100 en montage 2 fils
x	x	1004	1x Pt500 en montage 2 fils
x	x	1005	1x Pt1000 en montage 2 fils
x	x	9999	Suivant indications du client
		(4) Classe de tolérance suivant EN 60751:2009 / IEC 60751:2008	
x	x	0	Sans
x	x	1	Classe B
x	x	2	Classe A
		(5) Diamètre de la gaine de protection D en mm	
x	x	7,5	Ø 7,5 mm rétreint à Ø 4 mm
		(6) Longueur utile EL en mm	
x	x	29	29 mm
		(7) Raccord de process	
x	x	121	Raccord fileté M14 x 1,5
		(8) Matériau de la gaine de protection	
x	x	20	CrNi (acier inoxydable)
x	x	46	CuZn (laiton)
		(9) Options	
x	x	000	Sans
x	x	658	Compatible SIL et PL avec limiteur de température de sécurité et contrôleur de température de sécurité 70115X

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)								
902040/10	-	387	-	1004	-	2	-	7,5	-	29	-	121	-	46	/	000



Document technique DTB2

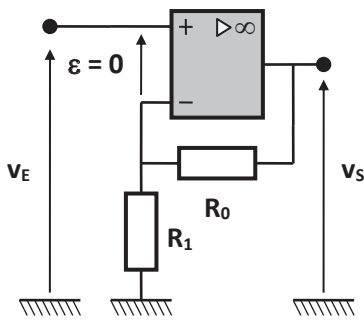
Electrical Data:

Nominal resistance:	100 Ω at 0°C (Pt 100)
Basic thermistor values:	for platinum measuring resistors as in chart
Measuring range:	-50°C to +230°C, other ranges on request
Recommend applied current:	1mA PT100 / 0,5mA PT500 / 0,3mA PT1000 (Self-heating must be considered)
Circuit:	standard: 2-wire, on request: 3-wire or 4-wire circuit
Insulation strength:	2.5 kV, on request up to 8 kV

Characteristic temperature curves: All sensors conform to DIN EN 60751:
 -50 ... 0 °C: $R(t) = R(0) \cdot (1 + A \cdot t + B \cdot t^2 + C \cdot [t - 100] \cdot t^3)$
 0 ... 600 °C: $R(t) = R(0) \cdot (1 + A \cdot t + B \cdot t^2)$
 $A = 3.9083 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; $B = -5.772 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$; $C = -4.2735 \cdot 10^{-12} \text{ } ^\circ\text{C}^{-4}$
 $R(0)$ = thermistor value in Ohms at 0°C

Document technique DTB3

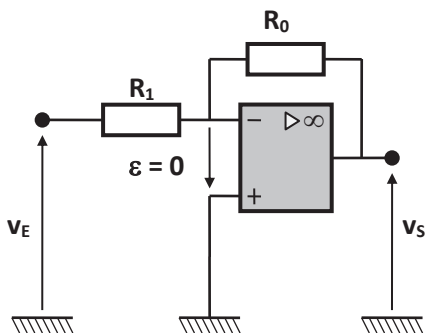
Montage 1



Fonction de transfert

??

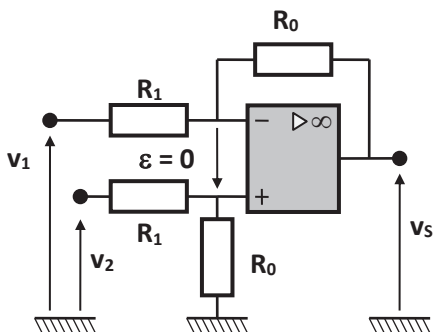
Montage 2



Fonction de transfert

$$\frac{v_S}{v_E} = -\frac{R_0}{R_1}$$

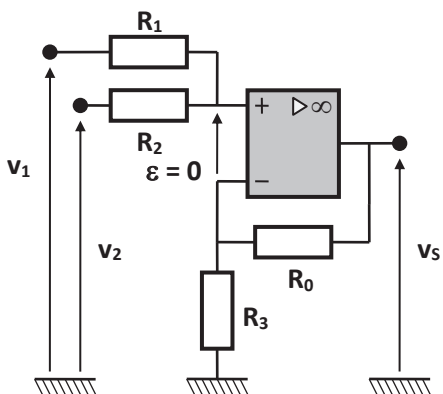
Montage 3



Fonction de transfert

$$v_S = \frac{R_0}{R_1} \cdot (v_2 - v_1)$$

Montage 4



Fonction de transfert

$$v_S = \left(1 + \frac{R_0}{R_1}\right) \cdot \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_1 + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v_2\right)$$

Document technique DTB4

ADS7029-Q1 Small-Size, Low-Power, 8-Bit, 2-MSPS, SAR ADC

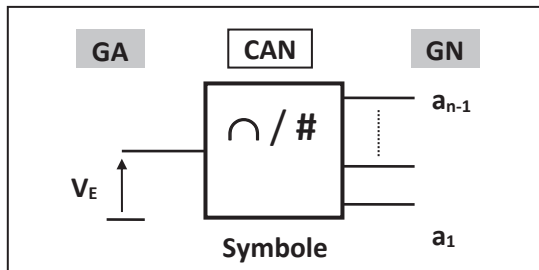
6.5 Electrical Characteristics

at $T_A = -40^\circ\text{C}$ to 125°C , $AVDD = 3\text{ V}$, $DVDD = 1.65\text{ V}$ to 3.6 V , $f_{\text{SAMPLE}} = 2\text{ MSPS}$, and $V_{\text{AINM}} = 0\text{ V}$ (unless otherwise noted)

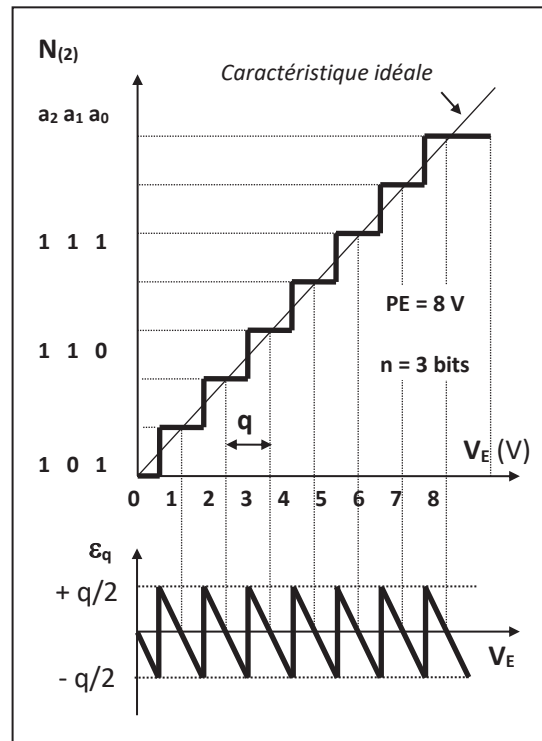
PARAMETER	TEST CONDITIONS	MIN	TYP	MAX	UNIT
ANALOG INPUT					
Full-scale input voltage span ⁽¹⁾		0		AVDD	V
Absolute input voltage range	AINP to GND	-0.1		AVDD + 0.1	V
	AINM to GND	-0.1		0.1	V
C_S	Sampling capacitance		15		pF
SYSTEM PERFORMANCE					
Resolution			8		Bits
NMC	No missing codes		8		Bits
INL	Integral nonlinearity	AVDD = 3 V	-0.5	± 0.25	0.5 LSB ⁽²⁾
DNL	Differential nonlinearity	AVDD = 3 V	-0.4	± 0.2	0.4 LSB
E_o	Offset error		± 0.5		LSB
dV_{OS}/dT	Offset error drift with temperature		± 25		ppm/ $^\circ\text{C}$
E_G	Gain error	AVDD = 3 V	± 0.2		%FS
	Gain error drift with temperature	No calibration	± 25		ppm/ $^\circ\text{C}$
SAMPLING DYNAMICS					
t_{acq}	Acquisition time		120		ns
	Maximum throughput rate	32-MHz SCLK, AVDD = 2.35 V to 3.6 V		2	MHz
POWER-SUPPLY REQUIREMENTS					
AVDD	Analog supply voltage		2.35	3	3.6 V
DVDD	Digital I/O supply voltage		1.65	3	3.6 V
I_{AVDD}	Analog supply current	At 2 MSPS with AVDD = 3 V		335	370 μA
I_{DVDD}	Digital supply current	AVDD = 3 V, no load, no transitions		10	μA
P_D	Power dissipation	At 2 MSPS with AVDD = 3 V		1.005	1.11 mW

Document technique DTB5

Le CAN (convertisseur analogique numérique) délivre en sortie un nombre fini de codes numériques, correspondant à une gamme de tension analogique d'entrée bornée : c'est la plage de conversion.



La courbe de transfert théorique donnant le mot binaire de sortie $N_{(2)}$ en fonction de la tension d'entrée V_E , est une courbe en escalier présentée ci-contre dans le cas d'une quantification centrée.



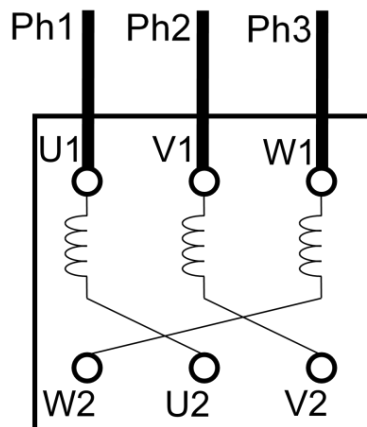
On peut lui associer l'erreur de conversion ou erreur de quantification ϵ_q en dents de scie. Celle-ci est comprise entre $-q/2$ et $q/2$.

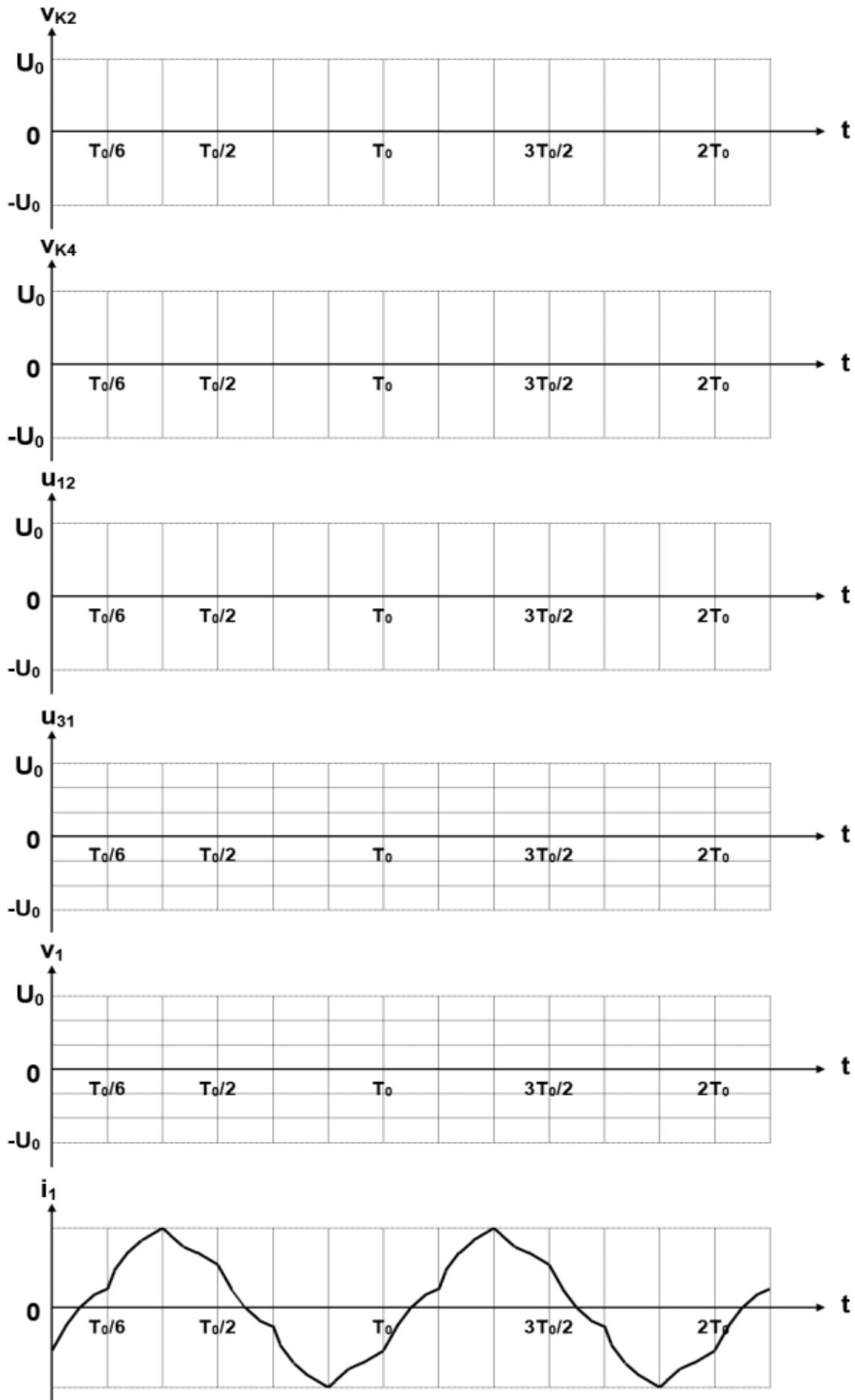
NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

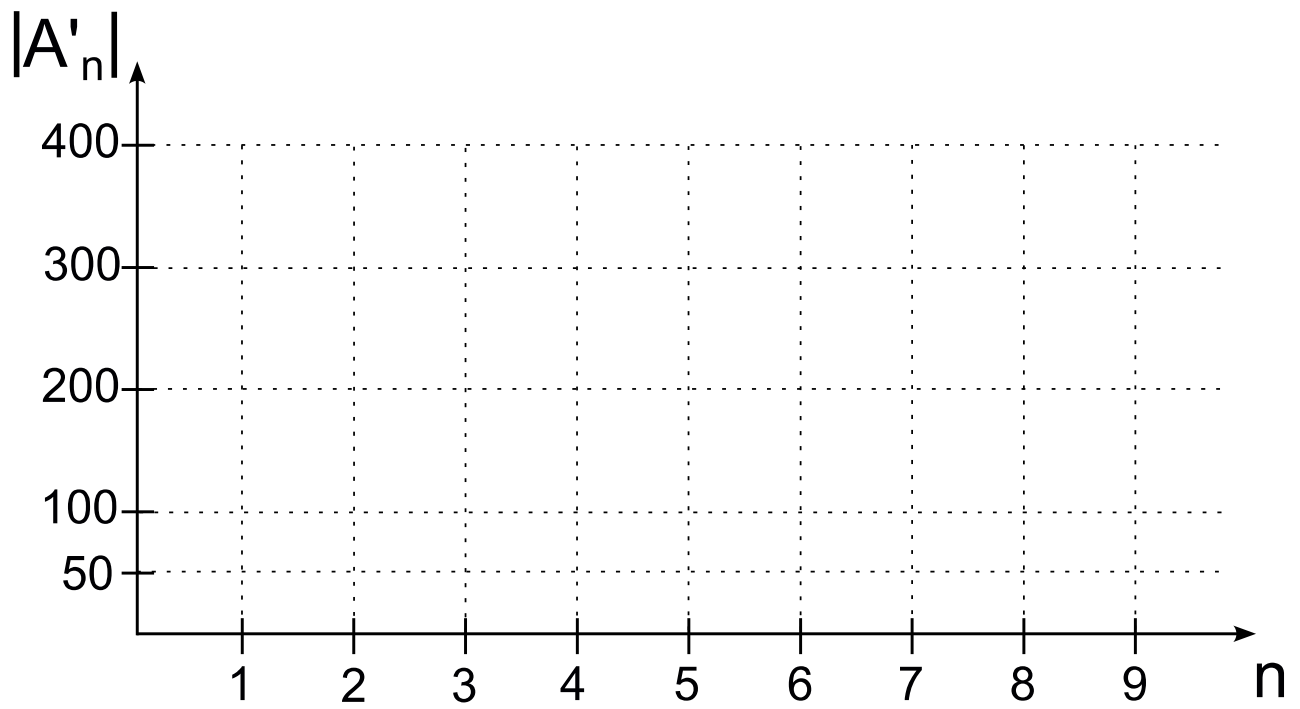
DOCUMENT RÉPONSE DRA1 (Questions A6 et A7)

	Force (N)	Puissance mécanique développée par le bus (kW)	Vitesse de rotation des moteurs ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)	Couple généré par 1 moteur (N·m)
Cas n°1 $v = 70 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ $p = 0 \%$				
Cas n°2 $v = 20 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ $p = 15 \%$				

DOCUMENT RÉPONSE DRA2 (Question A15)

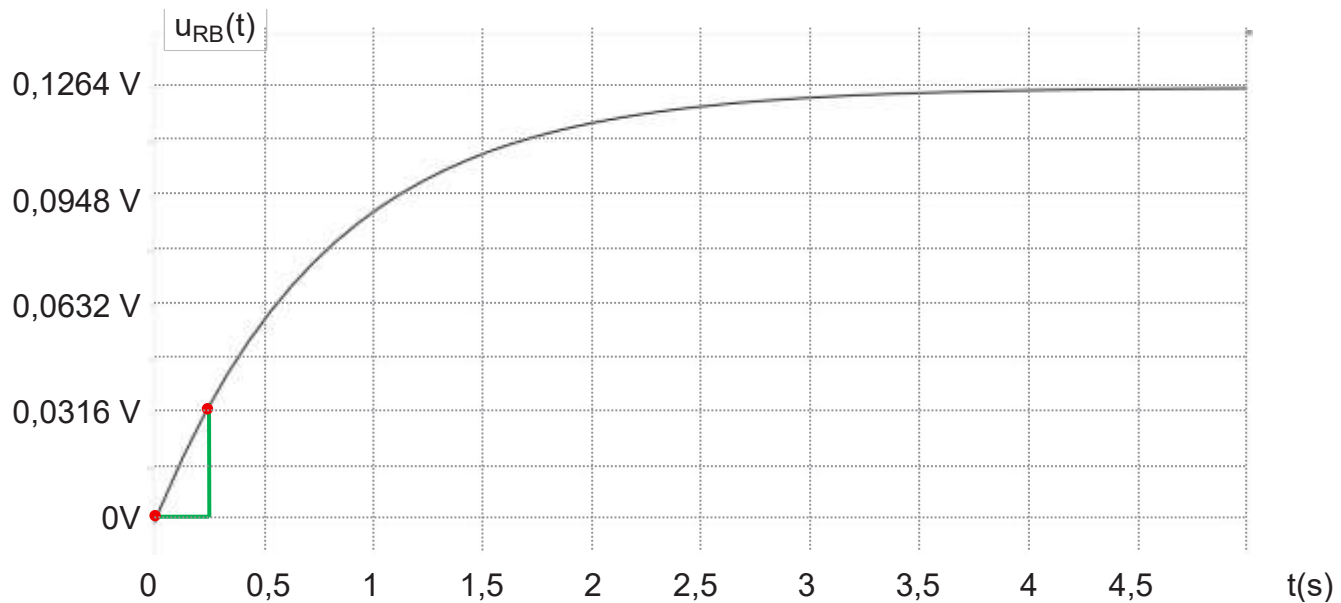
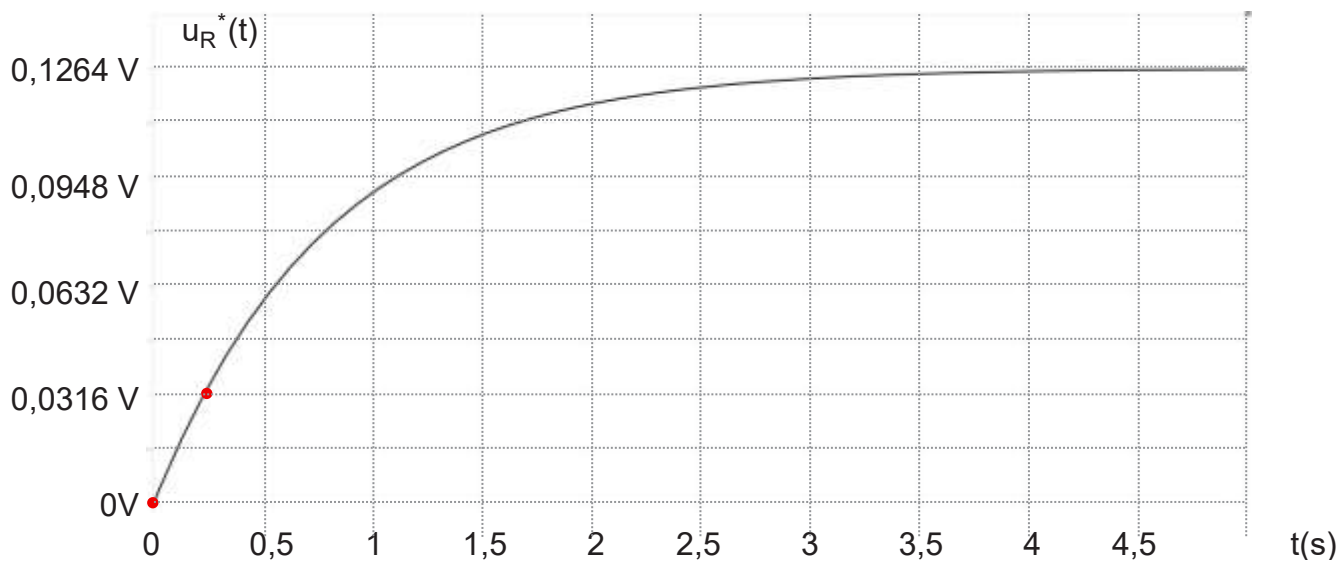
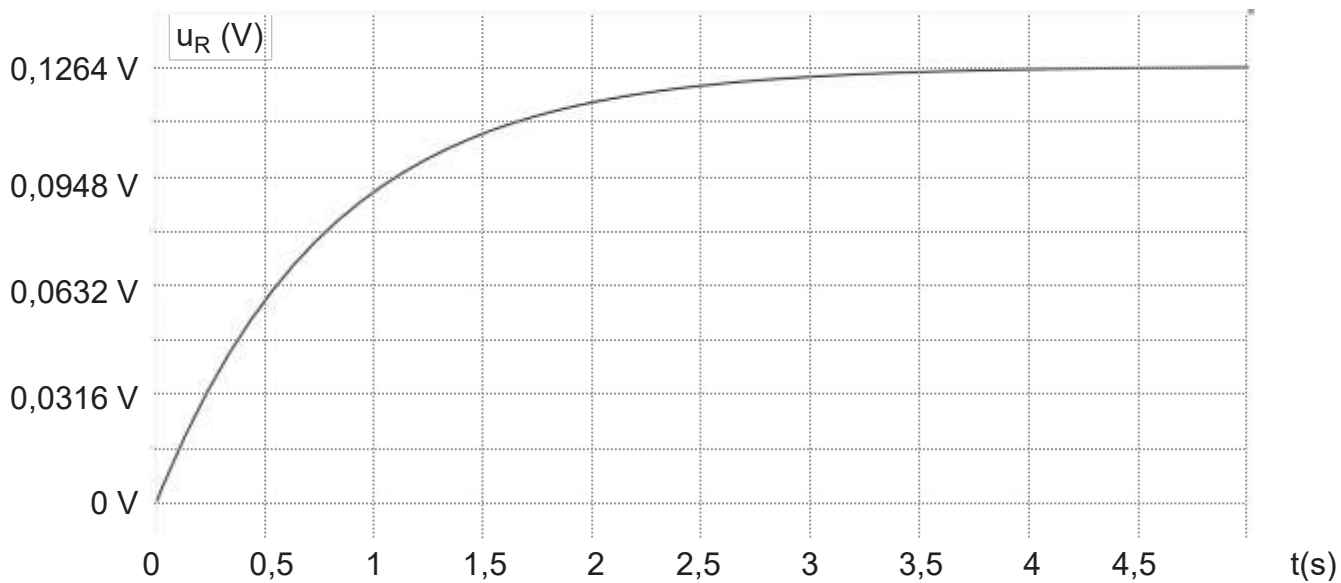






NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

DOCUMENT RÉPONSE DRB1 (Question B13 et B15)



DOCUMENT RÉPONSE DRB2 (Question B20)

```
# Définitions des paramètres et constantes de l'équation de récurrence
a0 =                                # Coefficient à définir
a1 =                                # Coefficient à définir
b1 =                                # Coefficient à définir

# Equation de récurrence générale
# e désigne la liste des échantillons d'entrée, N le nombre d'échantillons

def correcteur (e,a0,a1,b1,N):
    s=[]                              # Création d'une liste vide
    s.append(0)
    for k in range(1,N):
        s_k=                           # Définition de s_k (=s[k])
        s.append(s_k)                 # Ajout de s_k à la liste
    return s
```