MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
Liberté
Égalité
Fraternité

Concours externe BAC +3 du CAPES

CAPES-CAFEP

Section mathématiques

Programme de la session 2027

Programme des épreuves écrites :

Les épreuves d'admissibilité porteront sur le tronc commun des programmes des différentes licences de mathématiques. Les chapitres sur lesquels les candidats pourront être interrogés sont :

- Raisonnement et vocabulaire ensembliste
Opérateurs logiques et quantificateurs. Vocabulaire de la théorie des ensembles. Applications, relations d'ordre et relations d'équivalence.

- Nombres complexes
Module et argument. Racines n-ièmes de l'unité. Exponentielle complexe, trigonométrie. Applications à la géométrie plane. Équation du second degré.

- Fonctions d'une variable réelle
Fonctions de référence (polynomiales, trigonométriques, trigonométriques inverses, fonctions puissances, racine carrée, logarithme, exponentielle, rationnelle), limites et continuité, théorème des valeurs intermédiaires, continuité uniforme. Dérivabilité, théorème de Rolle, égalité et inégalité des accroissements finis, approximation locale d'une fonction par une fonction affine, parité, tangente en un point de la courbe d'une fonction, convexité. Relations d'équivalence, de domination, de négligeabilité ; développements limités.

- Fonctions de deux variables réelles
Continuité et dérivabilité, approximation affine (formule de Taylor à l'ordre 1 ou à l'ordre 2, hessienne), gradient et lignes de niveaux, équation du plan tangent, points critiques.

- Courbes paramétrées du plan en coordonnées cartésiennes ou polaires : études globale, locale, asymptotique ; longueur d'un arc.

- Calcul intégral et équations différentielles
Intégrale d'une fonction continue sur un segment, sommes de Riemann, calculs de primitives, calcul d'aires, valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle. Intégration par parties, changement de variable. Formule de Taylor avec reste intégral. Intégrales généralisées. Équations différentielles linéaires du premier ordre, du premier ordre à variables séparables, linéaires du second ordre à coefficients constants. Systèmes différentiels linéaires du premier ordre en dimensions 2 ou 3.

- Nombres réels et suites réelles
Construction de N, Z et Q. Présentation axiomatique de R, bornes supérieure et inférieure. Valeurs approchées, nombres décimaux. Limite d'une suite réelle, théorèmes d'existence. Suites extraites. Suites récurrentes. Suites arithmético-géométriques. Relations d'équivalence, de domination, de négligeabilité. Séries numériques, séries à termes positifs, séries absolument convergentes, séries de références (séries géométriques, séries de Riemann), règle spéciale des séries alternées.

- Suites et séries de fonctions
Convergence simple, convergence uniforme. Théorèmes de régularité. Convergence normale des séries de fonctions. Séries entières, rayon de convergence. Développement en série entière des fonctions usuelles.

- Algèbre linéaire :
Systèmes linéaires, algorithme du pivot de Gauss-Jordan. Espaces vectoriels de dimension finie, familles libres, familles génératrices, bases, somme directe. Applications linéaires. Homothéties, projections et symétries. Rang d'une application linéaire. Représentations matricielles d'un endomorphisme. Réduction des endomorphismes et des matrices carrées : éléments propres, diagonalisation, trigonalisation. Matrices symétriques.

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
Liberté
Égalité
Fraternité

Concours externe BAC +3 du CAPES

CAPES-CAFEP

Section mathématiques

Programme de la session 2027

Matrices inversibles, transposition. Matrices et applications linéaires, changement de base. Équivalence, similitude. Trace et déterminant d'une matrice carrée, d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Polynôme caractéristique. Polynôme d'endomorphisme. Théorème de Cayley-Hamilton (admis).

- Géométrie affine du plan et de l'espace
Géométrie du triangle et du cercle : théorèmes classiques (concourance des droites remarquables, angle au centre, angle inscrit). Barycentres. Applications affines usuelles : homothéties, symétries, projections, isométries.

- Arithmétique et polynômes
Arithmétique des entiers : nombres premiers, PGCD, PPCM, algorithme d'Euclide. Sous-groupes de Z. Congruences. Anneaux Z/nZ. Théorème des restes chinois, petit théorème de Fermat.
Polynômes : arithmétique des polynômes à coefficients réels ou complexes. Racines.

- Groupes
Sous-groupes, morphismes de groupes. Groupes monogènes et groupes cycliques : groupes Z/nZ, groupe des racines n-ièmes de l'unité ; générateurs, indicatrice d'Euler. Ordre d'un élément. Groupes symétriques. Exemples de groupes agissant sur un ensemble, exemples de groupes laissant invariante une partie du plan ou de l'espace.

- Produit scalaire et espaces euclidiens
Produit scalaire sur un espace de dimension finie, norme associée et inégalité de Cauchy-Schwarz, orthogonalité. Bases orthonormées. Projections orthogonales. Orientation. Groupes des isométries vectorielles, des isométries affines, des similitudes. Isométries vectorielles d'un espace euclidien de dimension 2 ou 3. Isométries affines du plan euclidien.

- Dénombrement
Cardinal d'un ensemble fini, listes, arrangements, combinaisons, factorielles, formule du binôme.

- Probabilités
Espaces probabilisés. Probabilités conditionnelles, conditionnement et indépendance. Variables aléatoires, distribution et densité de probabilité, variables aléatoires indépendantes, espérance, variance et écart-type, covariance. Lois usuelles : loi binomiale, loi de Poisson, loi géométrique, loi uniforme, loi exponentielle.

- Série statistique à une variable
Caractéristiques de position (médiane, moyenne), caractéristiques de dispersion (étendue, écart interquartile, écart type).

- Série statistique à deux variables
Point moyen d'un nuage de points, ajustement affine par la méthode des moindres carrés, coefficient de corrélation linéaire, interpolation et extrapolation.

Les concepteurs de sujets pourront être amenés à rappeler certains théorèmes ou résultats dans les énoncés.

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
Liberté
Égalité
Fraternité

Concours externe BAC +3 du CAPES

CAPES-CAFEP

Section mathématiques

Programme de la session 2027

Programme de la première épreuve d'admission.

L'exercice portera sur le programme de cycle terminal du lycée complété par le programme de l'option Mathématiques expertes et le programme des épreuves écrites. Le candidat utilisera ses connaissances acquises en licence pour développer et illustrer son exposé.