MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE

Liberté
Égalité
Fraternité

Rapport du jury

Concours : Certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré (CAPES) interne à affectation locale - Mayotte

Section : Mathématiques

Session 2022

Rapport du jury présenté par : Monsieur Xavier GAUCHARD, Inspecteur général de l'éducation, du sport et de la recherche (IGÉSR), Président du jury

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale de la jeunesse et des sports :

http://www.devenirenseignant.gouv.fr

Le jury du CAPES national de mathématiques à affectation locale à Mayotte met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

https://capes-math.org/index.php?id=mayotte

L'épreuve écrite de cette session s'est tenue le 12 avril 2022.

Les épreuves orales se sont déroulées le 4 juillet 2022 au lycée des Lumières à Mamoudzou et le 6 juillet au lycée Arago à Paris.

Le jury remercie chaleureusement l'équipe de direction et l'ensemble des personnels des deux lycées pour la remarquable qualité de leur accueil.

Table des matières

1. Présentation du concours

Des concours externes et internes de recrutement avec affectation locale à Mayotte ont été institués, pour les sessions 2021, 2022 et 2023, par le décret MENH2031189D en date du 3 février 2021.

Les professeurs certifiés stagiaires nommés à la suite de leur réussite au concours accomplissent un stage d'une durée de deux ans dans l'académie de Mayotte, qui ne peut être prolongé que d'une année par décision du recteur d'académie. À l'issue du stage, les professeurs certifiés stagiaires qui sont titularisés sont affectés dans l'académie de Mayotte. La titularisation entraîne la délivrance du certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré.

1.1. Définition des épreuves

1.1.1. Épreuve d'admissibilité

Composition de mathématiques.

Durée : cinq heures ; coefficient 1.

Le programme de l'épreuve est celui des classes des collèges et des lycées d'enseignement général et technologique.

1.1.2. Épreuve d'admission

L'épreuve consiste en un entretien avec le jury visant à reconnaître les acquis de l'expérience professionnelle du candidat et à apprécier son aptitude et ses capacités à appréhender une situation professionnelle concrète. Elle prend appui sur un dossier de reconnaissance des acquis de l'expérience professionnelle (RAEP) établi par le candidat. Ce dossier n'est pas noté.

L'épreuve comporte deux parties.

Chaque partie compte pour moitié dans la notation de l'épreuve.

A. - Première partie.

Elle consiste en une présentation par le candidat de son dossier (dix minutes maximum) suivi d'un échange avec le jury (vingt minutes maximum). Cet échange doit permettre d'approfondir les éléments contenus dans le dossier et, le cas échéant, d'en expliciter certaines parties ou de les mettre en perspective.

B. - Seconde partie.

Elle comporte un exposé du candidat suivi d'un entretien avec le jury. À partir de l'expérience professionnelle du candidat décrite dans son dossier de RAEP, le jury détermine un sujet pour lequel il demande au candidat d'exposer comment il a traité l'un des points du programme ou l'un des éléments de formation correspondant, respectivement, à l'enseignement dans une des classes dont il indique avoir eu la responsabilité ou à l'enseignement postsecondaire qu'il a dispensé ou à une action de formation ou d'insertion qui lui a été confiée, ou toute autre activité professionnelle s'y rapportant.

Cette question est remise au début de l'épreuve au candidat qui en prépare les éléments de réponse durant le temps de préparation.

L'entretien avec le jury qui suit l'exposé du candidat doit permettre d'approfondir les différents points développés par ce dernier. Cet entretien comprend un questionnement touchant plus particulièrement la connaissance réfléchie du contexte institutionnel et des conditions effectives d'exercice du métier en responsabilité au sein du système éducatif français et de ses particularités à Mayotte.

Le jury apprécie la clarté et la construction de l'exposé, la qualité de réflexion du candidat et son aptitude à mettre en lumière l'ensemble de ses compétences (pédagogiques, disciplinaires, didactiques, évaluatives, etc.) pour la réussite de tous les élèves.

Lorsque la section du concours comporte plusieurs champs ou domaines disciplinaires, le jury peut déterminer un sujet en relation avec un champ ou domaine disciplinaire non abordé par le candidat au sein de son dossier de RAEP. De même, pour ces sections, l'entretien avec le jury peut, le cas échéant, être étendu au champ ou au domaine disciplinaire non abordé par le sujet choisi, ainsi qu'aux relations qui s'établissent entre eux.

Durée de la seconde partie : trente minutes maximum (exposé : dix minutes maximum ; entretien avec le jury : vingt minutes maximum).

Durée totale de l'épreuve : une heure.

Coefficient 1.

1.2. Composition du jury

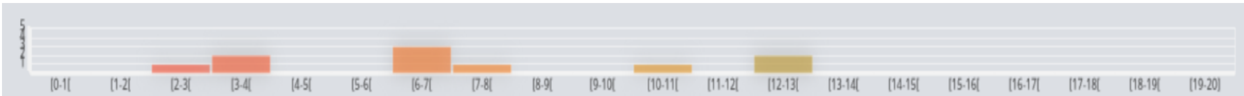
Le jury du CAPES interne avec affectation locale à Mayotte, section Mathématiques, a été constitué pour la session 2022 de 26 personnes (12 femmes, 14 hommes), qui ont été nommées par un arrêté du ministre de l’éducation nationale, de la jeunesse et des sports en date du 7 janvier 2022.

2. Quelques statistiques

Pour la session 2022, 10 postes ont été offerts au concours (arrêté MENH2131351A du 23 novembre 2021).

Alors que 45 candidats étaient inscrits à ce concours, seulement 10 d'entre eux ont pu se présenter à l'épreuve écrite.

Les notes obtenues par les candidats à l'épreuve écrite d'admissibilité varient de 2,47 à 12,81 sur 20.



Nombre de copies	10 / 41
Note minimum	2,47 / 20
Moyenne	7,29 / 20
Note maximum	12,81 / 20
Ecart type	3,66

Le jury a retenu 7 admissibles. La note du dernier admissible est de 6,38 sur 20.

Parmi les 7 candidats admissibles, 4 se sont présentés à l'épreuve orale d'admission.

Les notes sur 20 attribuées à cette épreuve orale varient de 9 à 13.

À l'issue de la délibération d'admission le jury a retenu 4 candidats (total du dernier admis : 16,61 sur 40).

3. Énoncé de l'épreuve écrite d'admissibilité

Problème 1 : Vrai-Faux

Préciser si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse, puis justifier la réponse.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1 – Une anagramme est un mot obtenu par transposition des lettres d'un autre mot.
Proposition : le nombre d'anagrammes du mot DENOMBRE est 20 160.

2 – Une entreprise comprend 40 femmes et 70 hommes. Le salaire mensuel net moyen dans l'entreprise est de 1900 euros. Celui des hommes est de 2100 euros.
Proposition : dans cette entreprise, le salaire mensuel net moyen des femmes est de 35 % inférieur à celui des hommes.

3 – **Proposition** : le produit de 3 entiers naturels consécutifs est un multiple de 3.

4 – Deux engrenages A et B comportent respectivement 12 et 8 dents. L'engrenage A tourne dans le sens direct. En position initiale, les flèches, marquant un repère, sont décalées de 3 crans.

Proposition : les flèches ne pourront jamais être alignées, quelle que soit la rotation effectuée.

5 – Soit l'équation diophantienne $(E) : 3x - 2y = -1$.
Proposition : les couples de $\mathbb{Z}^2$ solutions de (E) sont tous formés d'entiers relatifs de même signe.

6 – **Proposition** : l'équation $4\sin^2 t - 3 = 0$ a exactement deux solutions dans l'intervalle $[0; 2\pi]$.

7 – À tout nombre complexe $z \neq 3$, on associe le nombre complexe z' défini par : $z' = \dfrac{z-5+i}{z-3}$.
Proposition : l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z'| = 1$ est une droite privée d'un point.

8 – Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère les points $E(-1;0)$, $F(5;0)$ et $G(1;4)$.
Proposition : l'orthocentre du triangle EFG est le point $H(1;2)$.

9 – Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère :

- le plan (P) de vecteur normal $\vec{n}(2;1;2)$ passant par le point $A(0;-1;0)$;
- le plan (Q) d'équation cartésienne $x - 2y + 6z = 0$.

Proposition : les plans (P) et (Q) sont sécants selon une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-1;2;0)$.

10 – $ABCD$ est un tétraèdre régulier : les six arêtes ont la même longueur a ($a \in \mathbb{R}^{+*}$). Deux arêtes sont dites opposées lorsqu'elles ne sont pas incluses dans une même face.
Proposition : les arêtes opposées du tétraèdre régulier $ABCD$ sont orthogonales.

11 – **Proposition** : toute suite convergente est monotone.

12 – **Proposition** : toute suite non majorée tend vers $+\infty$.

13 – Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{1+u_n}$.
Proposition : la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

14 – Soit f une fonction strictement croissante sur l'intervalle $[-4;4]$ telle que $f(-4) = -3$ et $f(4) = 2$.
Proposition : l'équation $f(x) = 0$ admet exactement une solution dans l'intervalle $[-4;4]$.

15 – Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout entier naturel n par $u_n = n\left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right)$.
Proposition : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.

16 – **Proposition** : pour tout réel a positif ou nul, $\ln(1+a) \leqslant a$.

17 – On considère la suite $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$, définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$I_n = \frac{1}{n!}\int_0^1 (1-x)^n e^{-x}\,dx \quad .$$

Proposition : pour tout entier naturel n non nul : $I_{n+1} + I_n = \dfrac{1}{(n+1)!}$.

18 – Soit l'équation différentielle (E) : $y' - 5y = 1$.
Proposition : si les fonctions y_1 et y_2 sont solutions de l'équation différentielle (E), alors la fonction $y_1 + y_2$ est solution de l'équation différentielle (E).

19 – Soit la proposition p : « $ABCD$ est un rectangle » et la proposition q : « $ABCD$ est un quadrilatère ayant ses diagonales de même longueur ».
Proposition : $q \Longrightarrow p$.

20 – On considère la fonction Python Seuil :

```
def Seuil(s) :
      n = 0
      u = 0.25
      v = 0.75
      while u < s :
            u = 0.9*u+0.2*v
            v = 1-u
            n = n+1
      return n
```

Proposition : la valeur renvoyée par la commande Seuil(0.6) est le nombre 5.

Problème 2 : lieu géométrique, fonction

Ce problème est constitué de deux parties indépendantes.

I - Lieu géométrique

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points $J(0;1)$ et $P(0;2)$, le cercle(C) de centre J et de rayon 1 et la droite (d) d'équation $y = 2$.

Soit $A(x_A; y_A)$ un point sur le cercle (C) privé de O, l'origine du repère.
On note :

- N le point d'intersection de la demi-droite $[OA)$ et de la droite (d).
- (Δ_A) la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par A.
- (Δ_N) la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par N.
- $M\left(x_M; y_M\right)$ le point d'intersection des droites (Δ_A) et (Δ_N).

1 – Démontrer que $x_A^2 + (y_A - 1)^2 = 1$ et $(x_A; y_A) \neq (0;0)$.

2 – Démontrer que $2x_A = x_M y_M$.

3 – En déduire que $x_M^2 y_M^2 + 4y_M^2 - 8y_M = 0$ puis que $y_M = \dfrac{8}{x_M^2 + 4}$.

Le lieu géométrique du point M lorsque le point A décrit le cercle (C) privé de O est appelé "sorcière d'Agnési".

II - Étude de fonction

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{8}{x^2 + 4}$ et (Γ) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

1 – Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f et étudier sa parité .

2 – Démontrer que la courbe (Γ) admet une unique asymptote que l'on déterminera.

3 – Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

4 – Étudier la convexité de la fonction f.

5 – Représenter la courbe (Γ) dans un repère orthonormé du plan.

6 – Déterminer l'aire totale comprise entre l'axe des abscisses et la courbe (Γ).

Indication : la fonction arctan est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\arctan'(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$.

Problème 3 : suites

On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, définies pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}, \qquad v_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} \quad \text{et} \quad w_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^3} \quad .$$

1 – Étude de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

(a) Démontrer que pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, $\dfrac{1}{k+1} \leqslant \displaystyle\int_k^{k+1} \frac{\mathrm{d}x}{x} \leqslant \frac{1}{k}$.

(b) En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est divergente.

2 – Étude de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

(a) Démontrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est croissante.

(b) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n \leqslant 2 - \dfrac{1}{n}$.

(c) Démontrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est convergente.

(d) On admet que $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} v_n = \frac{\pi^2}{6}$. Écrire un algorithme qui calcule v_{1000}.

(e) L'exécution d'un algorithme calculant v_{1000} donne :

```
1.6439345666815615
```

Préciser le nombre de décimales de π obtenues par ce calcul.

3 – Étude de la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

(a) Démontrer que $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge.

(b) La suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers la constante d'Apéry notée $\zeta(3)$ du nom du mathématicien qui a démontré son irrationalité en 1978.

$$\zeta(3) \approx 1{,}202\,056\,903\,16$$

Que signifie "$\zeta(3)$ est irrationnelle" ?

(c) On considère le nombre $\beta = \dfrac{\pi^3}{\sqrt[5]{294\,542\,216}}$, on a $\beta \approx 1{,}202\,056\,901\,98$.
Écrire un algorithme qui permet de justifier que la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ ne tend pas vers β.

Problème 4 : moyennes

Soient x et y deux nombres réels tels que : $0 < x < y$.

1 – Un cycliste effectue une montée de 10 km à une vitesse moyenne de 10 km/h, puis effectue la descente (sur le même trajet de 10 km) à la vitesse moyenne de 30 km/h.

(a) Quelle est la vitesse moyenne du cycliste sur l'ensemble du parcours ?

(b) Exprimer, en fonction de x et de y, la vitesse moyenne du cycliste sur le parcours lorsque la vitesse moyenne est de x km/h lors de la montée et de y km/h lors de la descente.

2 – Soit un rectangle de côtés x et y et un carré de côté c, où $c \in \mathbb{R}^{*+}$.
Exprimer c en fonction de x et de y dans chacun des cas suivants :

(a) Le carré et le rectangle ont le même périmètre.

(b) Le carré et le rectangle ont la même aire.

(c) Le carré et le rectangle ont des diagonales de même longueur.

(d) Le rapport des aires est égal au rapport des périmètres.

3 – Soit un demi-cercle de centre O et de diamètre $[AC]$ tel que $AC = x + y$.
B est le point du segment $[AC]$ tel que $AB = x$.
D est le point du demi-cercle qui se projette orthogonalement en B sur $[AC]$ et K le projeté orthogonal de B sur $[OD]$.
Exprimer OD, DB et DK en fonction de x et de y.

4 – On donne les définitions de différentes moyennes de x et de y :

- $a = \dfrac{x+y}{2}$ est la moyenne arithmétique de x et de y.
- $g = \sqrt{xy}$ est la moyenne géométrique de x et de y.
- $h = \dfrac{2xy}{x+y}$ est la moyenne harmonique de x et de y.
- $q = \sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{2}}$ est la moyenne quadratique de x et de y.

Démontrer les propriétés suivantes :

(a) a, g, h et q sont des réels strictement positifs.

(b) $a^2 - g^2 = \dfrac{(x-y)^2}{4}$.

(c) $g = \sqrt{ah}$.

(d) Le logarithme de la moyenne géométrique de deux nombres strictement positifs est la moyenne arithmétique des logarithmes de ces deux nombres.

5 – Démontrer l'inégalité des moyennes : $x < h < g < a < q < y$.

6 – Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et u_{n-1}, u_n, u_{n+1} trois termes consécutifs d'une suite à termes strictement positifs.
Exprimer u_n en fonction de u_{n-1} et u_{n+1} lorsque :

(a) La suite est arithmétique.

(b) La suite est géométrique.

4. Commentaires sur l'épreuve orale d'admission

4.1. Déroulement de l'épreuve

À partir de l'expérience professionnelle du candidat décrite dans son dossier de RAEP, le jury détermine un sujet pour lequel il demande au candidat d'exposer comment il a traité l'un des points du programme ou l'un des éléments de formation correspondant, conformément à l'arrêté du 11 février 2021 (MENH2036426A).

Le sujet est composé de deux grandes questions génériques sur le thème choisi, la première questionnant les compétences disciplinaires et didactiques, la seconde les compétences pédagogiques, notamment celles sur l'évaluation des acquis des élèves.

Après avoir reçu le sujet, le candidat dispose d'un temps de préparation de 30 minutes.

L'entretien avec le jury dure soixante minutes maximum et se subdivise en deux parties. Sur le premier temps, le candidat est invité à présenter don dossier (dix minutes maximum), puis un échange avec le jury permet d'approfondir les éléments contenus dans le dossier et, le cas échéant, d'en expliciter certaines parties ou de les mettre en perspective.

Lors du deuxième temps de l'entretien, le candidat expose des éléments de réponse au sujet proposé par le jury (dix minutes maximum), puis un entretien avec le jury permet d'approfondir les différents points développés par le candidat.

Il comprend un questionnement touchant plus particulièrement la connaissance réfléchie du contexte institutionnel et des conditions effectives d'exercice du métier en responsabilité au sein du système éducatif français, ainsi que de ses particularités à Mayotte.

Lors de l'évaluation de cette épreuve orale, le jury est plus particulièrement attentif aux critères suivants:

- maîtrise disciplinaire et didactique ;
- projection dans une posture professionnelle ;
- interaction avec le jury.

4.2. Quelques remarques et conseils

Le RAEP

Certains rapports sont de bonne qualité et montrent un réel investissement du candidat.

La première partie du rapport, concernant la présentation du parcours du candidat, est souvent complète, pertinente et rédigée avec probité. Les candidats savent valoriser leurs expériences dans et hors éducation nationale. Ils s'appuient sur le référentiel de compétences des professeurs. Un balayage exhaustif de ce référentiel n'est cependant pas nécessaire. On peut regretter la faible référence aux formations suivies en tant qu'enseignant.

La présentation de la situation pédagogique est moins convaincante sur le fond comme sur la forme, même si l'orthographe et la syntaxe sont souvent correctes. Il est conseillé de présenter de manière explicite le support de la situation analysée et de la positionner succinctement dans un cadre d'apprentissage plus large (séquence, progression). Certains RAEP proposent une analyse a priori, en termes de connaissances et de compétences de qualité. L'analyse a posteriori est souvent pauvre et peu étayée. Des documents institutionnels (programmes, documents ressources, documents de l'IREM) sont des ressources solides pour accompagner l'analyse didactique que les candidats gagneraient à s'approprier. Le jury a apprécié les rapports révélant des questionnements intéressants des candidats sur leur pratique pédagogique. Ces questionnements peuvent s'appuyer sur des productions d'élèves et la manière dont les candidats ont pu les exploiter, les analyser sans craindre d'évoquer les difficultés rencontrées.

Il est recommandé, pour un candidat qui n'a pas en responsabilité de classe de mathématiques, d'œuvrer avec un professeur de la discipline, tant pour la conception et l'analyse de la séance, que dans sa mise en œuvre dans une classe.

Présentation par le candidat de son dossier RAEP et échange avec le jury pour approfondir les éléments du dossier RAEP

Les candidats se présentent avec clarté, et savent mettre en relief les expériences significatives pour la fonction postulée. La part personnelle et la part relative aux expériences professionnelles qui relève du RAEP est équilibrée. Le jury a apprécié la prise de recul par rapport au RAEP, mettant en avant les notions clés, les obstacles didactiques rencontrés et apportant des éclaircissements supplémentaires. La déclinaison trait pour trait du contenu du rapport est un écueil à éviter.

L'échange avec le jury montre que les candidats ont une vision assez complète du rôle d'un enseignant et notamment de la dimension éducative du métier. Ils savent contextualiser leur pratique à l'académie de Mayotte.

Sujet proposé par le jury

Le jury conçoit un sujet portant sur la thématique du RAEP et propose un questionnement permettant de vérifier la bonne compréhension de la notion visée, des obstacles d'apprentissage liés à cette notion en demandant par exemple des analyses d'erreurs classiques. Le jury s'assure également que le candidat sait prendre du recul sur cette notion et possède une vision globale de la thématique de son RAEP. Le jury peut être amené à demander la démonstration d'un résultat figurant dans le RAEP ou/et une ouverture sur le même thème dans le prolongement du contenu du RAEP.

Entretien avec le jury pour approfondir les points développés par le candidat

Les questions portent sur la maîtrise des notions mais aussi sur la didactique de la discipline. Le candidat peut être questionné sur la scénarisation pédagogique (évaluation diagnostique, organisation individuelle ou en groupe du travail, rythme et différents temps de cours, automatismes, phases de recherche, phases d'évaluation...), les outils potentiellement mobilisables (outils numériques).

Maîtrise disciplinaire et didactique

Les questions posées par le jury ont souvent mis en exergue les fragilités disciplinaires des candidats et leurs faibles connaissances didactiques. La notion de nombre est mal stabilisée. L'expression de nombreux candidats montre une confusion entre différents objets mathématiques (courbe, fonction, nombre...). Le vocabulaire spécifique à la discipline manque de précision. Il est attendu des candidats une rédaction mathématiques rigoureuse des énoncés mathématiques (définitions, théorèmes, propriétés, …) telle qu'elle serait proposée à des élèves. Une connaissance globale des programmes de mathématiques de collège et de lycée est attendue, en vue d'une projection dans le métier.

Connaissance du contexte institutionnel, des conditions d'exercice du métier et de ses particularités à Mayotte

Les candidats, pour la plupart déjà enseignants à Mayotte, ont bien perçu les enjeux éducatifs liés au territoire. Ils possèdent une connaissance assez fine du public auquel ils s’adressent.

Projection dans une posture professionnelle

Les candidats, pour beaucoup en poste, ont bien conscience de la nécessité de continuer à se former. Ils semblent appréhender avec acuité leur niveau de responsabilité, y compris dans leur relation avec les parents.

Interaction avec le jury

Les candidats sont à l’écoute et interagissent avec le jury de manière satisfaisante pendant l’entretien sur le RAEP. L’expression est claire avec peu d’erreurs de français. La réactivité est moindre dès lors que les échanges portent sur les notions mathématiques.