Ministère de l’Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports

Session 2021

PE2-21-G5
Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Mardi 20 avril 2021
Deuxième épreuve d’admissibilité

Mathématiques	**Durée : 4 heures** **Épreuve notée sur 40**

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire**.

Ce sujet contient 9 pages, numérotées de 1 à 9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S’il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L’usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L’usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

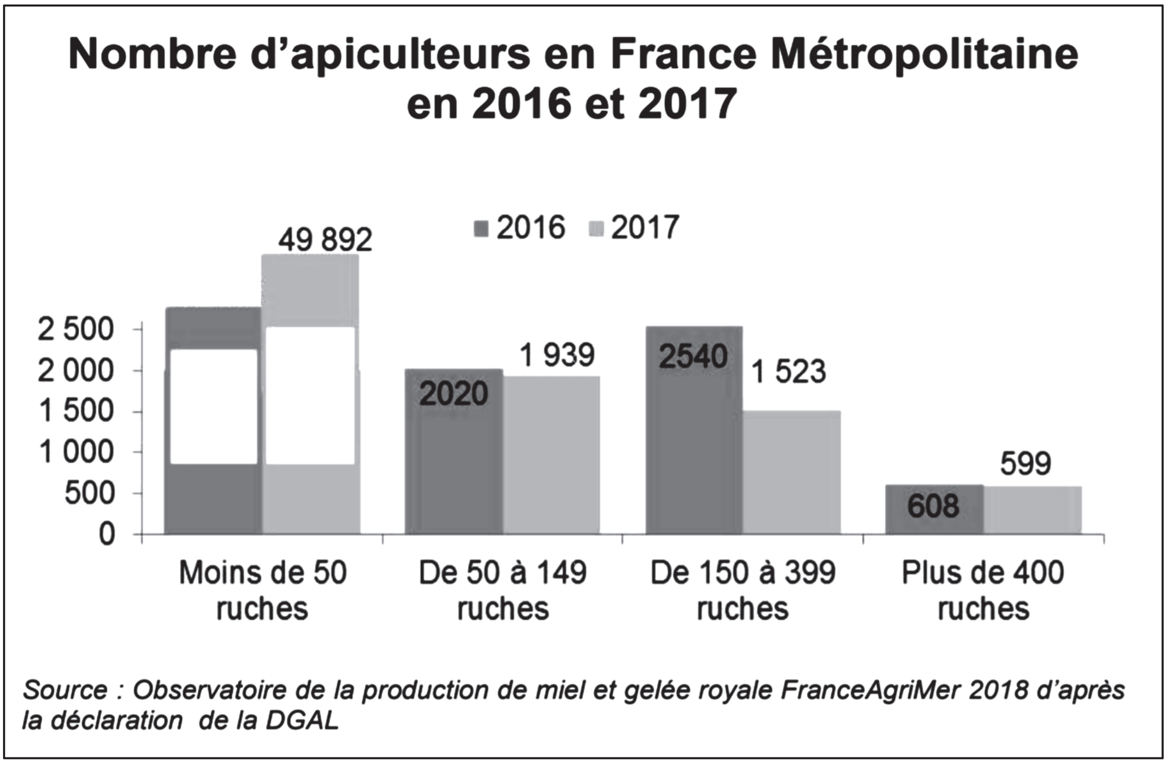
N.B : Hormis l’en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d’anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc.
Tout manquement à cette règle entraîne l’élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l’épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

PARTIE A

Voici un graphique présentant le nombre d'apiculteurs en France métropolitaine :



Extrait de « France-Agricole-FranceAgriMer-MIEL-2018-Observatoire miel et GR 2017 »

1. **a.** Donner le nombre d'apiculteurs qui possédaient entre 150 ruches et 399 ruches en France métropolitaine en 2017.
   b. Donner le nombre total d'apiculteurs en 2017 en France métropolitaine.
   c. Donner le nombre d'apiculteurs qui possédaient entre 50 ruches et 399 ruches en France métropolitaine en 2016.

2. **a.** Expliquer pourquoi la partie du diagramme concernant les apiculteurs possédant moins de 50 ruches n'est pas représenté de la même façon que les autres parties.
   b. Pour les apiculteurs ayant moins de 50 ruches, le pourcentage d'augmentation entre 2016 et 2017 a été de 10,4 %.
   Calculer le nombre d'apiculteurs en 2016 dans cette catégorie.

3. Calculer le pourcentage d'évolution du nombre d'apiculteurs possédant au moins 150 ruches de 2016 à 2017, on arrondira le résultat au dixième d'unité de pourcentage.

PARTIE B

Dans une ruche, le miel est stocké par les abeilles dans des alvéoles. On considère que l'entrée de ces alvéoles a la forme d'un hexagone régulier, c'est-à-dire d'un hexagone non croisé, ayant tous ses côtés de même longueur et tous ses angles de même mesure.

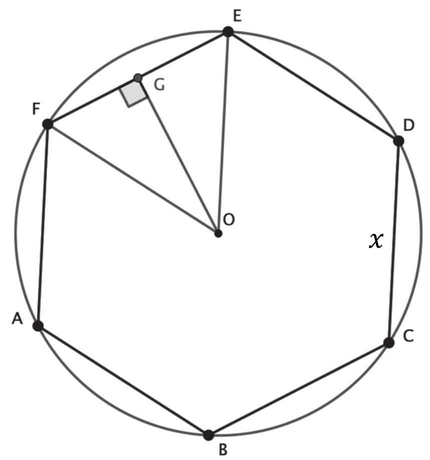
1. Soit l'hexagone régulier ABCDEF. On note x la longueur d'un de ses côtés. Cet hexagone est inscrit dans un cercle de centre O.

a. Montrer que le triangle FOE est un triangle équilatéral.

On admet que l'aire d'un triangle équilatéral ayant des côtés de longueur x est $\frac{\sqrt{3}}{4}\,x^2$.

b. Déterminer l'aire de l'hexagone ABCDEF en fonction de x.

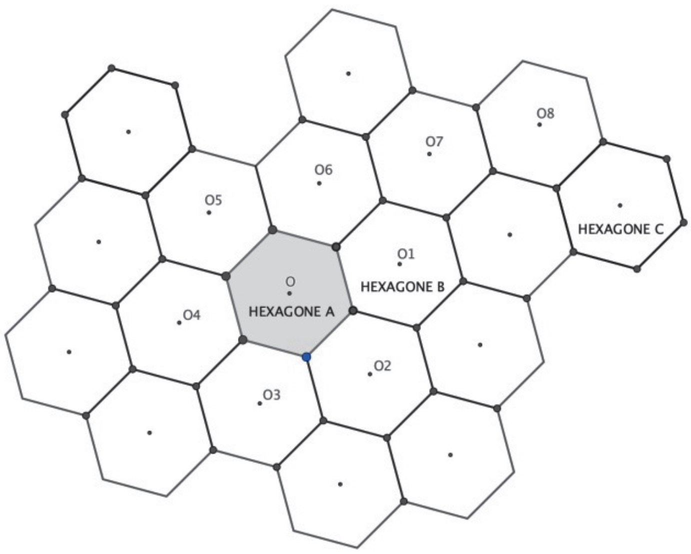
c. Le périmètre de l'hexagone régulier vaut 18 mm. Montrer que l'aire de cet hexagone, arrondie au millième près, vaut 0,234 cm^2.



2. Les abeilles utilisent cette forme hexagonale régulière pour paver le plan :

a. Caractériser trois transformations qui permettent de passer de l'HEXAGONE A à l'HEXAGONE B.

b. Caractériser une transformation qui permet de passer de l'HEXAGONE A à l'HEXAGONE C.



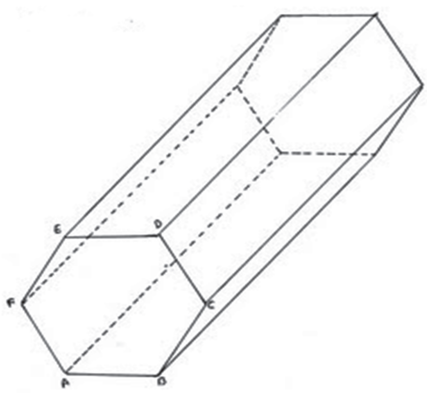
3. On admet qu'une alvéole a la forme d'un prisme régulier à base hexagonale, et est ouverte sur une face pour permettre le passage de l'abeille.

On admet que la partie visible de chacune des alvéoles est un hexagone régulier dont le côté c mesure 3 mm et que la profondeur des alvéoles, notée h, mesure 11,5 mm.

a. Montrer que la contenance d'une alvéole est environ 270 mm^3.

b. En déduire la contenance d'une alvéole en millilitre.

c. Construire un patron d'une alvéole à l'échelle 6 : 1.



PARTIE C

Une ruche Dadant est un modèle de ruche à cadres. Elle porte le nom de son inventeur, Charles Dadant (1817-1902). Un cadre de ruche Dadant est un rectangle de dimensions 41 cm x 26,5 cm ; dans ce qui suit, on négligera l'épaisseur du cadre. Une ruche contient 10 ou 12 cadres rectangulaires qui vont accueillir les alvéoles sur les faces avant et arrière de chaque cadre.

Dans cette partie on considère uniquement des ruches Dadant à 12 cadres.

1. En assimilant chaque alvéole à un carré dont les côtés mesurent 5 mm, montrer que l'on peut estimer qu'une telle ruche peut héberger 100 000 alvéoles.

2. Montrer que le volume de miel, arrondi au litre, que peuvent contenir l'ensemble des 100 000 alvéoles d'une ruche Dadant à 12 cadres est 27 L.

3. On dispose des deux documents ci-dessous.

Une sortie d'une abeille butineuse
Nombre de fleurs butinées : 20 à 300 Durée de la sortie : 20 minutes Distance parcourue : 1 km Vitesse de l'abeille en vol : 27 km/h Masse de nectar récolté : 6×10^{-5} kg

Miel
Masse volumique : 1,4 kg/L Quantité de nectar nécessaire pour fabriquer 1 kg de miel : 4 kg

Répondre aux questions suivantes en utilisant les documents ci-dessus et les questions précédentes.

a. Quelle masse de nectar doivent récolter les abeilles pour obtenir 25 g de miel ?

b. Quelle masse de nectar doivent récolter les abeilles pour obtenir 100 mL de miel ?

c. Estimer la masse de miel que peuvent contenir l'ensemble des alvéoles d'une ruche Dadant à 12 cadres.

d. Montrer qu'une estimation de la distance parcourue par l'ensemble des abeilles pour obtenir 1 kilogramme de miel est de 67 000 km.

e. Estimer la distance parcourue par l'ensemble des abeilles pour remplir de miel l'ensemble des alvéoles d'une ruche Dadant à 12 cadres (sans compter le miel consommé par les abeilles elles-mêmes).

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

EXERCICE 1

Une urne contient des boules rouges, bleues, noires et vertes. On suppose que ces boules sont indiscernables au toucher.
La probabilité de tirer une boule rouge est de $\frac{1}{4}$.
La probabilité de tirer une boule verte est de 0,3.
La probabilité de tirer une boule noire est de 20 %.

1. On tire au hasard une boule dans cette urne. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ?

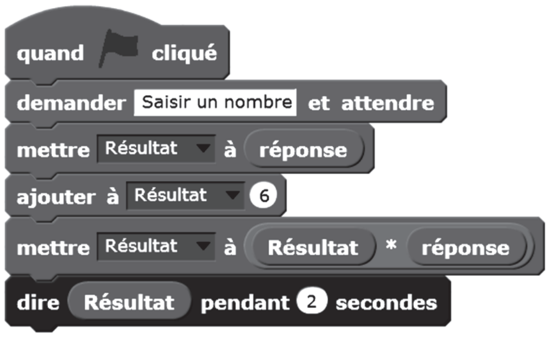
2. Il y a 140 boules dans l'urne. Donner le nombre de boules de chaque couleur.

3. On effectue maintenant deux tirages successifs avec remise.
- **a.** Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge puis une boule verte ?
- **b.** Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge et une boule verte ?
- **c.** Quelle est la probabilité de tirer deux boules de la même couleur ?

EXERCICE 2

On donne la copie d'écran de deux algorithmes réalisés à l'aide du logiciel Scratch.

Algorithme 1



Algorithme 2

1. Montrer que si le nombre de départ est 2, on obtient 16 avec chacun des deux algorithmes.

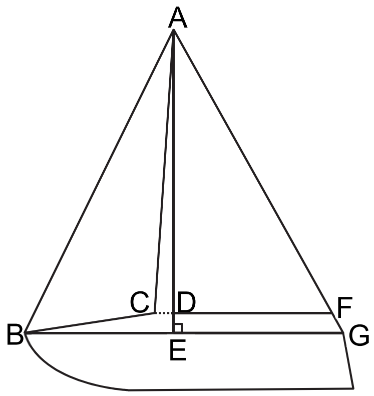
2. Le nombre de départ est 1,2. Quel(s) nombre(s) obtient-on avec chacun des deux algorithmes ?

3. Quelle conjecture peut-on émettre ? Démontrer cette conjecture.

EXERCICE 3

Les dimensions du voilier de madame Guidel sont données ci-dessous.
AE = 12 m, BG = 11 m
DE = CD = 1 m, BE = 5 m
Les points A, F et G ainsi que les points C, D et F et les points B, E et G sont alignés.
Les droites (DF) et (EG) sont parallèles.
Les droites (AE) et (BG) sont perpendiculaires.

La voile de l'avant, appelée foc, est représentée par le triangle ABC.
La grand-voile est représentée par le triangle ADF.



Vue en coupe du bateau
La figure n'est pas à l'échelle.

1. En utilisant le théorème de Thalès dans le triangle AEG, déterminer la longueur de la bôme [DF].
2. Calculer l'aire de la grand-voile.
3. Lorsque le vent forcit, on remplace le foc par une voile plus petite appelée trinquette. La trinquette est une réduction du foc de coefficient $\frac{4}{5}$ (appliquée aux longueurs).
   - **a.** Calculer l'aire du triangle ADC et du quadrilatère BCDE.
   - **b.** En déduire que l'aire du foc (ABC) est de 21,5 m².
   - **c.** En déduire l'aire de la trinquette.
4. Pour cette question, on admet que l'aire de la surface totale des voiles (grand-voile, foc et trinquette) est égale à 65,51 m². La propriétaire hésite entre deux voileries pour la fabrication de ses voiles.

Maître voilier local	**Usine en Asie**
• Tarif : 86 €/m². • Qualité du tissu : 340 g/m² • Livraison offerte.	• Tarif de base : 64 €/m² • Qualité du tissu : 340 g/m² • Taxes d'importation : 32 % du prix de base de la marchandise • Frais de port à la charge du client

Frais de port de l'Asie vers la France

Masse (en kg, arrondie à l'unité)	Prix à payer
Entre 5 et 10	100 €
Entre 11 et 18	150 €
Entre 19 et 25	250 €
Au-delà de 26 kg	Contacter le service client

Déterminer la solution la plus économique en justifiant la réponse.

TROISIÈME PARTIE (14 points)

SITUATION 1

Après avoir introduit les nombres décimaux et l'addition des nombres décimaux, un enseignant de CM1 propose à ses élèves le problème ci-dessous.

> Chez le fromager, Madame Costa a dépensé 41 €.
> Elle a acheté une part de comté à 18,28 €, une part de beaufort à 15,72 € et un reblochon.
> Combien a coûté le reblochon ?

On a retranscrit ci-dessous les réponses de quatre élèves.

ÉLÈVE A

$$\begin{array}{r} {}^{1}\;{}^{1}\;\;{}^{1}\quad\;\; \\ 41 \\ +\ 18,28 \\ \underline{+\ 15,72} \\ 34,41 \end{array}$$

La réponse est 34,41 €.

ÉLÈVE B

$$\begin{array}{r} {}^{1}\;\; \\ +\ 18 \\ \underline{+\ 15} \\ 33 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1}\;\; \\ 28 \\ \underline{+72} \\ 100 \end{array} \qquad 33 + 100 = 34$$

41 – 34 = 11 – 4 = 7

Il coûte 7 euros.

ÉLÈVE C

$$\begin{array}{r} {}^{1}\;\;\;{}^{1}\quad\;\; \\ +\ 18,28 \\ \underline{+\ 15,72} \\ 33,100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,{}_{1}1 \\ \underline{-\,3_{1}3,100} \\ 8,100 \end{array}$$

41 € – 33,100 € = 8,100 €.

Le reblochon coûte 8,10 €

ÉLÈVE D

$$\begin{array}{r} {}^{1}\;{}^{1}\;\;{}^{1}\quad\;\; \\ 18,28 \\ \underline{+\ 15,72} \\ 34,00 \end{array}$$

41 + 34 = 70 + 5 = 75

Le reblochon a coûté 75 €.

1. Justifier qu'il est possible de proposer un tel problème alors que la soustraction des nombres décimaux n'a pas encore été étudiée.

2. En s'appuyant sur l'extrait de la note de service proposé ci-dessous, analyser les productions des quatre élèves en termes de réussites et d'erreurs pour chacune des compétences « Modéliser » et « Calculer ».

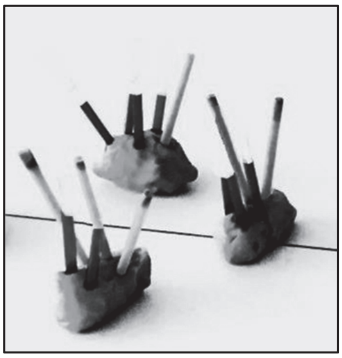
Extrait de la note de service n°2018-052 du 25-4-2018 « La résolution de problèmes à l'école élémentaire ».

> ***« Modéliser » et « Calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire*** *qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :*
> *- difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;*
> *- difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calculs utilisés.*

3. Proposer une remédiation ou un accompagnement que l'enseignant pourrait mettre en place pour aider l'**ÉLÈVE A** à résoudre ce type de problème.

SITUATION 2

Dans une classe de Moyenne Section de maternelle, un enseignant propose le jeu « ***Les piquants des hérissons*** ». L'enseignant propose à ses élèves de fabriquer, par groupes de 4 élèves, des hérissons en pâte à modeler, chaque hérisson devant avoir cinq piquants. Il donne la consigne suivante : « *Vous allez composer des hérissons à 5 piquants, pas plus, pas moins, en choisissant des petits piquants rouges ou des grands piquants verts. Un mélange des couleurs est possible. Vous devez faire le plus de hérissons possible, mais les hérissons doivent être différents, ils ne doivent pas avoir autant de piquants de la même couleur.* »

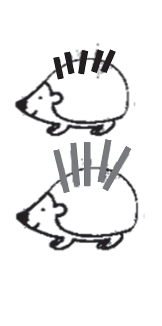
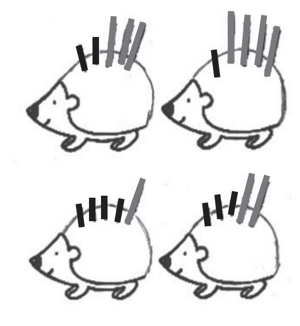
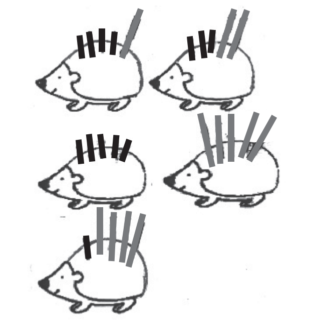
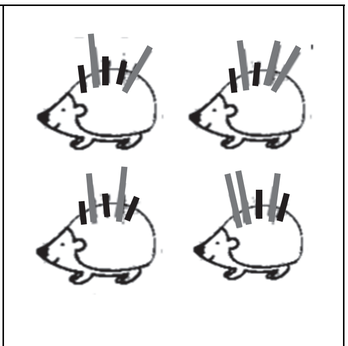


Matériel utilisé :

- Pâte à modeler (corps du hérisson) ;
- Petites pailles rouges et grandes pailles vertes.

1. Est-ce l'usage « ordinal » ou l'usage « cardinal » du nombre qui est mobilisé dans cette séance ? Justifier la réponse.

2. Après la manipulation, les élèves représentent leurs solutions sur des hérissons dessinés. L'enseignant récupère les quatre productions ci-dessous.

			
Groupe 1	**Groupe 2**	**Groupe 3**	**Groupe 4**

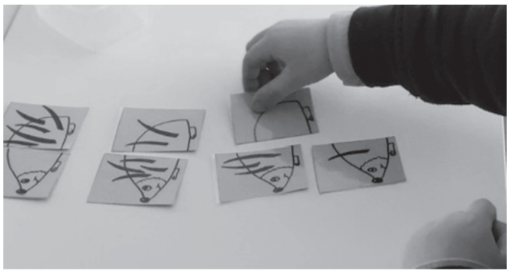
Légende :


Petit piquant rouge


Grand piquant vert

Analyser les productions de chacun des groupes d'élèves en termes de réussites et d'erreurs.

3. Après avoir demandé aux élèves de trouver tous les hérissons différents possibles à 5 piquants, l'enseignant propose aux élèves une nouvelle activité : les élèves doivent reconstituer des hérissons à 5 piquants, à partir de cartes représentant des demi-hérissons.
Expliquer le lien, concernant les premiers apprentissages numériques, entre cette activité et la précédente.



4. Proposer une nouvelle activité sans lien avec la précédente permettant de travailler les différentes décompositions du nombre 5.

SITUATION 3

1. Dans les programmes en vigueur pour le cycle 3, (programmes consolidés à partir du BOEN n° 31 du 30 juillet 2020), il est inscrit dans les attendus du domaine Nombres et calculs : « *Comprendre et appliquer aux nombres décimaux les règles de la numération décimale de position* ».
   a. Rappeler ce que sont « *les règles de la numération <u>décimale</u> <u>de position</u>* », en précisant ce que sont <u>l'aspect décimal</u> et <u>l'aspect positionnel</u> dont il est fait mention. Les explications pourront s'appuyer sur des exemples.
   b. Proposer un exercice permettant de contribuer à l'évaluation de l'aptitude des élèves à « *comprendre et appliquer aux nombres décimaux les règles de la numération décimale de position* ».

2. Un enseignant de CM1 souhaite interroger ses élèves, il hésite entre les trois questions suivantes :
Question 1 : « *Donner un nombre décimal plus grand que 3,7 et plus petit que 3,9.* »
Question 2 : « *Donner un nombre décimal plus grand que 3,7 et plus petit que 3,8.* »
Question 3 : « *Donner un nombre décimal plus grand que 3,9 et plus petit que 4,1.* »
Donner les éventuels intérêts et inconvénients de chacune de ces trois questions pour évaluer la compréhension des élèves de ce que sont les décimaux et de l'écriture à virgule.

3. Un enseignant de CM2 pose la question suivante à ses élèves : « Comparer 12,76 et 12,745. ». Ceux-ci sont en difficulté.
Proposer une méthode en plusieurs étapes permettant aux élèves de comparer ces deux nombres pour déterminer lequel est le plus grand.