

**SESSION 2020**

---

**AGREGATION  
CONCOURS EXTERNE**

**Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR**

**Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR  
ET INGÉNIERIE DES CONSTRUCTIONS**

**MODÉLISATION D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ  
OU D'UNE ORGANISATION**

**Durée : 6 heures**

---

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.**

## MAISON DE LA RÉUSSITE EN LICENCE (MRL)

Ce dossier s'articule autour du projet de construction de la Maison de la Réussite en Licence (MRL) sur un site universitaire. L'objectif est de créer un point d'entrée unique pour les nouveaux entrants sur lequel ils pourront trouver toutes les informations sur le déroulement de leurs études. Il s'agit également de pouvoir répondre aux évolutions pédagogiques: l'accompagnement et l'auto-formation.

Le bâtiment accueillera un effectif théorique de 3 360 personnes dont 2 980 étudiants. La surface à bâtir est de l'ordre de 6 550 m<sup>2</sup> de SU.



© Architecte, Cardete Huet



Perspective sur le cœur d'îlot

L'étude de ce projet est décomposée en 2 parties distinctes (avec 3 sous parties chacune) :

<b>PARTIE A – STRUCTURE ET MATÉRIAUX</b> .....	<b>3</b>
PARTIE A1 – ETUDE D'UNE POUTRE VOILE .....	3
PARTIE A2 – ETUDE D'UNE VARIANTE EN BÉTON PRÉCONTRAIT .....	12
PARTIE A3 – ETUDE MATÉRIAUX - BÉTON .....	15
<b>PARTIE B - HYDRAULIQUE ET ENERGÉTIQUE</b> .....	<b>20</b>
PARTIE B1 – ETUDE HYDRAULIQUE DE LA DISTRIBUTION D'EAU CHAUDE .....	21
PARTIE B2 – ETUDE ET ANALYSE DE L'EFFICACITÉ DU SYSTÈME DE RÉCUPÉRATION D'ÉNERGIE .....	24
PARTIE B3 - ÉTUDE DE L'ISOLANT THERMIQUE DE LA CANALISATION D'EAU SURCHAUFFÉE DU PIQUAGE ENTRE LE RÉSEAU URBAIN ET L'ÉCHANGEUR DE LA SOUS-STATION.....	28

**Toutes les parties (A1, A2, A3, B1, B2 et B3) peuvent être traitées de manière indépendante.**

Pour chaque question, en complément des résultats de calculs proprement dits, il conviendra de justifier les choix effectués et les calculs réalisés, et de commenter les résultats obtenus.

## INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1416A	102	2680

## Partie A – Structure et Matériaux

### Partie A1 – Etude d'une poutre voile

On s'intéresse à un élément de structure spécifique de ce bâtiment, à savoir la poutre voile présente entre les planchers hauts des niveaux 1 et 2 (représentée en bleu ci-dessous).

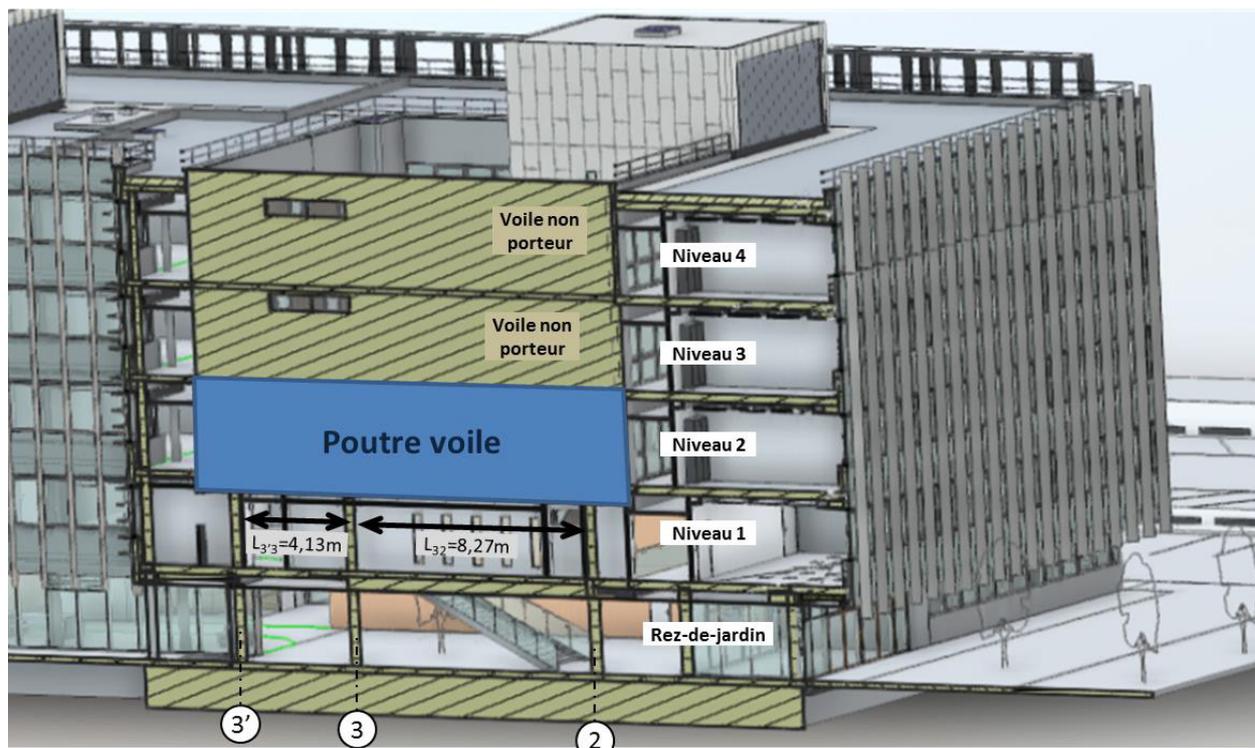
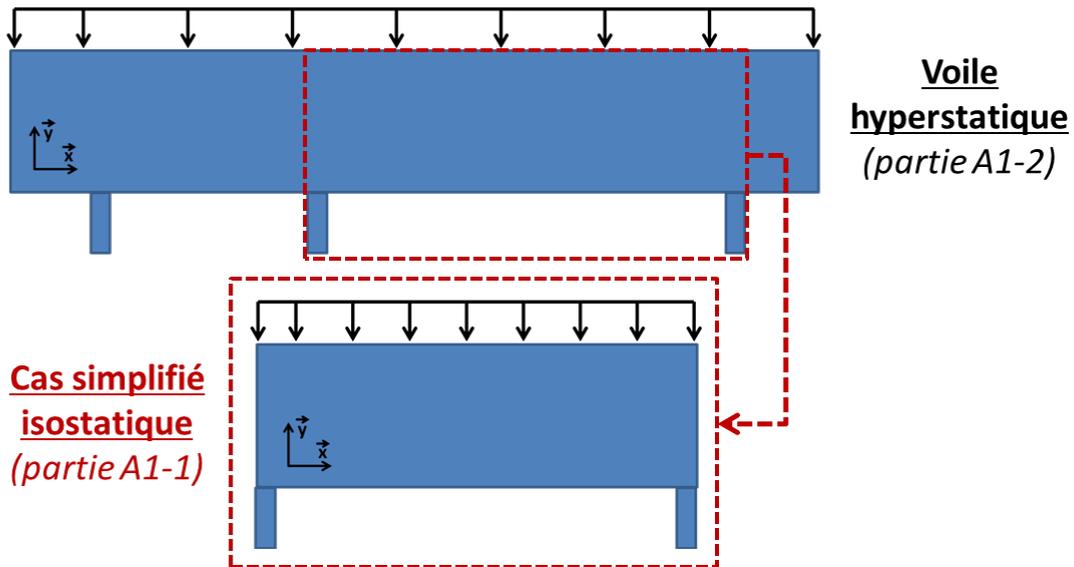


Figure 1 : Coupe de la maquette illustrant la configuration de la poutre voile (image Revit issue de Cardete)

Cette poutre voile reprend les voiles non porteurs des étages supérieurs (les charges du plancher bas niveau 2 sont supposées non reprises par cette poutre voile). La descente de charge conduit à une charge linéique appliquée en tête de la poutre voile de 25185 daN/m.

Avant d'étudier la configuration réelle du voile, on souhaite étudier un cas simplifié dans lequel la travée principale serait considérée comme isostatique (entre les files 3 et 2).



### A1-1 - Cas simplifié isostatique

Cette travée supposée isostatique peut être modélisée de la façon suivante :

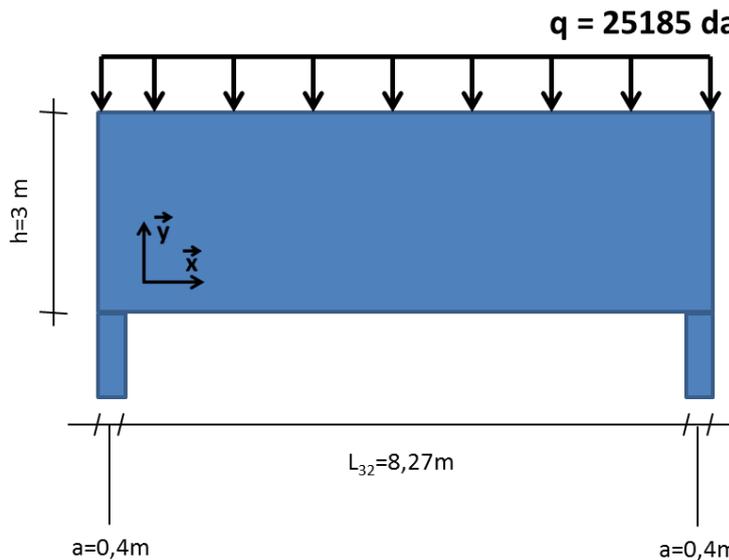


Figure 2 : Schéma de la géométrie de la travée considérée isostatique

#### a) Modélisation théorie des poutres

On souhaite tout d'abord étudier cette poutre voile comme une poutre décrite par la théorie d'Euler Bernoulli (en utilisant la théorie des poutres).

Pour cela on prendra comme portée la distance au centre des appuis, et on considèrera la poutre comme isostatique.

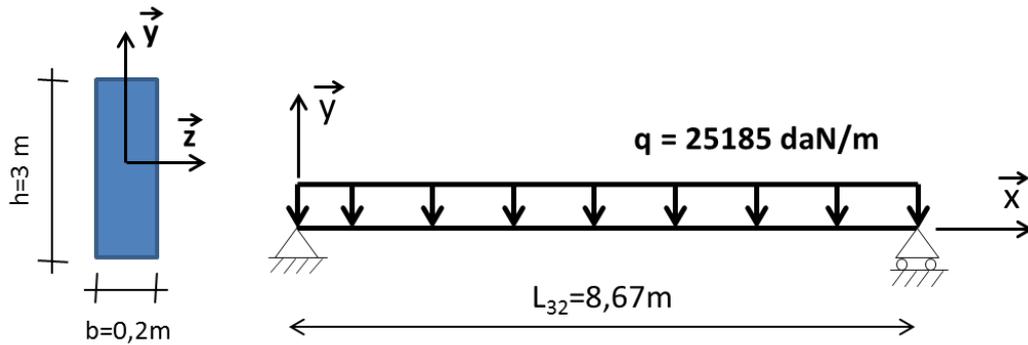


Figure 3 : Schéma mécanique pour la modélisation 1D avec la théorie des poutres (Rq : la représentation de la section n'est pas faite à l'échelle)

**Question 1 :** Commenter l'adéquation de l'utilisation de la théorie des poutres pour le cas d'étude proposé.

**Question 2 :** Déterminer le diagramme des efforts internes  $N_x$ ,  $V_y$  et  $M_z$  le long de la poutre (valeurs caractéristiques exprimées en fonction de  $q$  et  $L$ ). En déduire le diagramme d'évolution de la contrainte normale le long de la hauteur de la poutre voile à mi travée (faire l'application numérique pour ce diagramme de contraintes).

### b) Modélisation voile 2D éléments finis

On étudie à présent la poutre voile grâce à une modélisation éléments finis en 2 dimensions (dans le plan  $x,y$ ). Rq : le calcul est fait en supposant un comportement élastique du béton, les déplacements sont bloqués sous la surface de l'appui de gauche en  $x$  et  $y$  et sous l'appui de droite en  $y$  seulement.

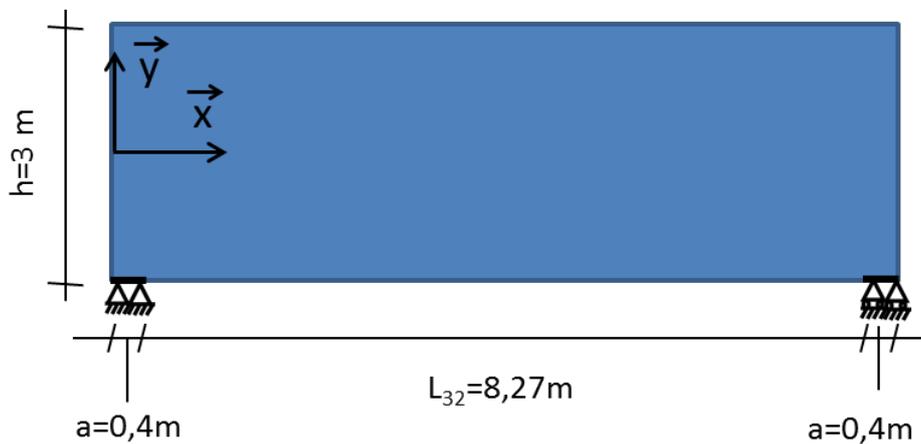


Figure 4 : Géométrie et conditions aux limites pour la modélisation éléments finis

**Question 3 :** Justifier le choix de la formulation 2D contraintes planes qui a été retenue pour ce calcul.

A partir des résultats issus du calcul éléments finis on peut tracer la déformée subie par le voile (amplifiée 200 fois) (Figure 5).

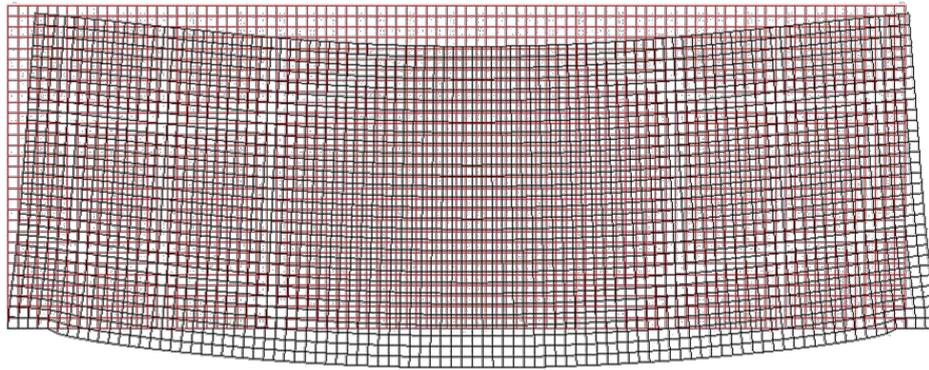


Figure 5 : Déformée du voile après chargement (en noir, amplification x200) comparée à sa position initiale (en rouge)

**Question 4 :** Commenter à partir de ce résultat la pertinence du choix fait pour les conditions aux limites par rapport à un cas réel de voile isostatique reposant sur deux poteaux. Comment pourrait-on améliorer cette prise en compte des conditions aux limites réelles ?

**Question 5 :** Commenter les différences entre les choix de conditions aux limites éléments finis et la modélisation choisie pour la théorie des poutres (Figure 3).

On peut également tracer les champs de contraintes pour les 2 valeurs de contraintes normales non nulles du tenseur des contraintes (Figure 6 et Figure 7).

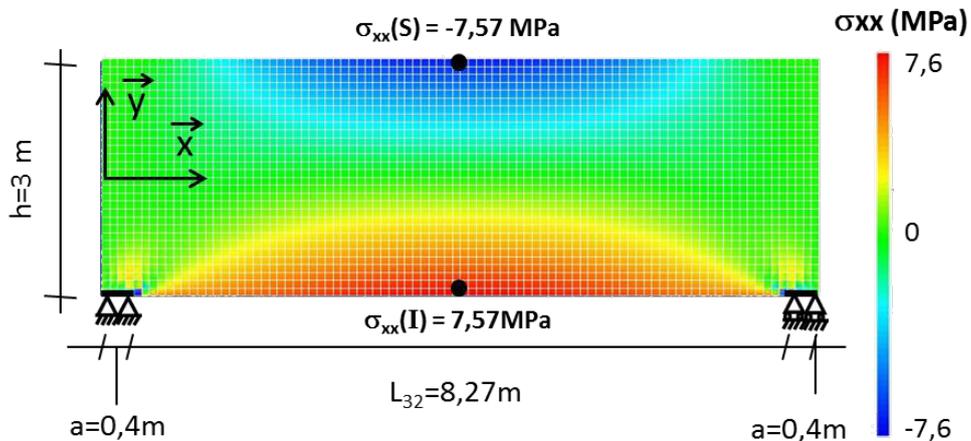


Figure 6 : Champ distribution de la contrainte normale  $\sigma_{xx}$  dans le voile

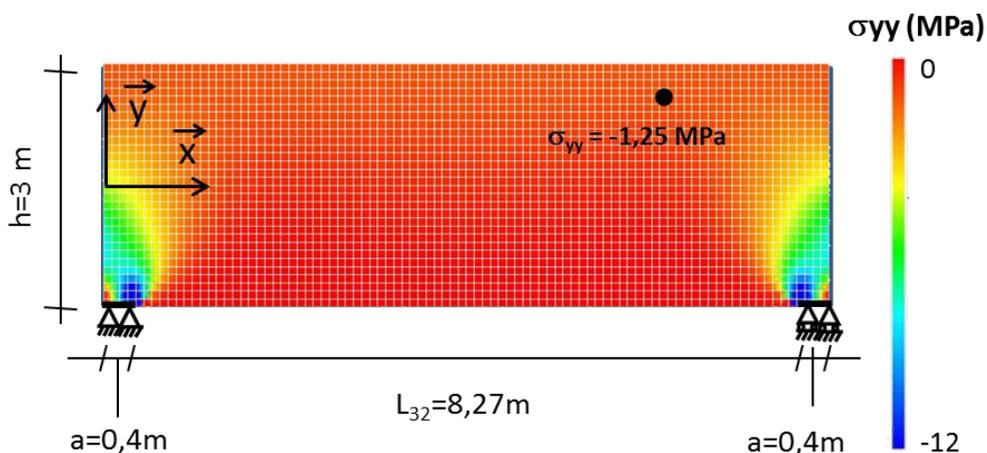
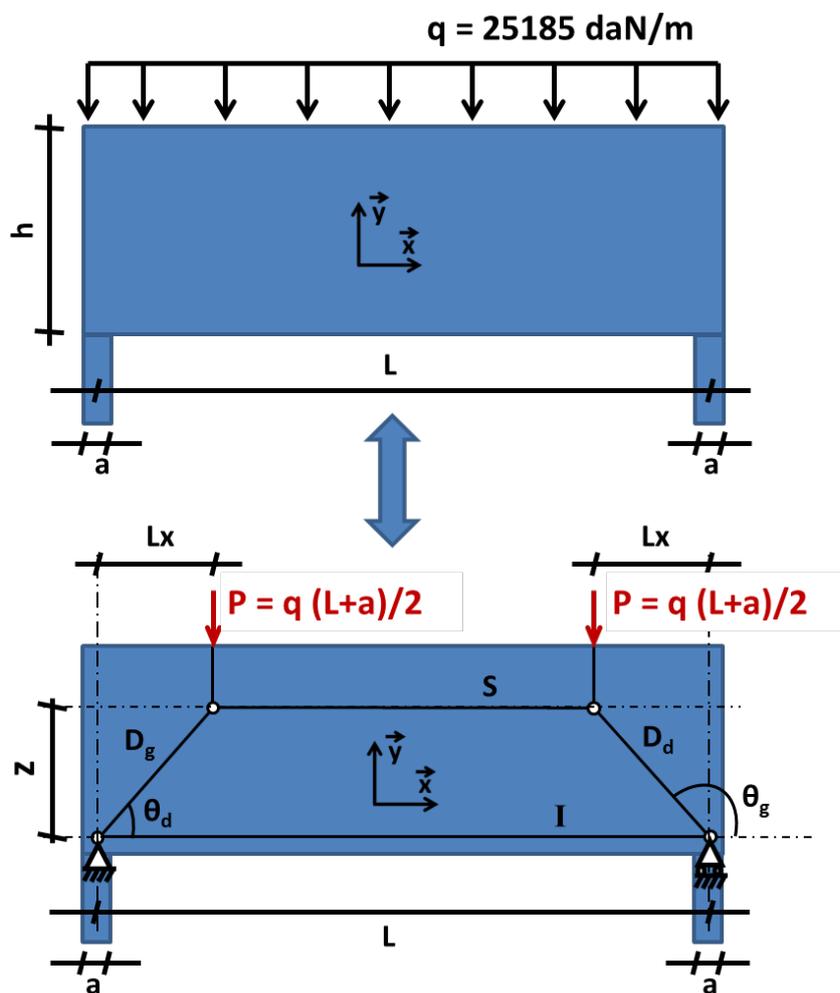


Figure 7 : Champ distribution de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  dans le voile

Question 6 : Commenter la distribution des contraintes dans le voile.  
 Commenter les similitudes et différences sur les contraintes normales entre le calcul éléments finis et les résultats RdM (répartition dans la longueur du voile, évolution dans la hauteur à mi-travée, différentes composantes du tenseur des contraintes, ...)

c) Etude du cheminement des contraintes dans le voile

Dans le cas de poutres voiles en béton armé, l'Eurocode autorise l'utilisation d'une méthode analytique appelée « méthode Bielle-Tirant » afin de dimensionner l'élément. Dans cette méthode, la charge répartie  $q$  appliquée en tête de voile est reprise par un treillis équivalent selon le principe présenté à la Figure 8.



Positions des barres

Pour  $1 \leq L/h \leq 2$   
 $z = 0.54h + 0.06L$   
 $Lx = (L-a)/4$

Pour  $2 \leq L/h \leq 3$   
 $z = 2h/3$   
 $Lx = (L-a)/4$

Données

$a = 0,4m$   
 $h = 3m$   
 $L = 8,67m$

(Rq on étudiera aussi  
 $L = 4,53 m$  aux questions  
 8 et 9)

Figure 8 : Schéma mécanique de la méthode Bielle-Tirant

Question 7 : Déterminer l'expression littérale des efforts dans les barres S, Dd, Dg et I. En déduire les barres tendues et comprimées. Justifier l'appellation bielle-tirant en indiquant les barres correspondant à chaque appellation.

**Question 8 :** Calculer l'angle d'inclinaison  $\theta_d$  des deux diagonales par rapport à l'axe x dans le cas du voile de portée 8.67m (portée calculée ici au milieu des appuis).  
 Faire le même calcul d'angle d'inclinaison pour le voile de portée 4.53m (correspondant à la première travée du voile complet considérée isostatique, portée calculée ici au milieu des appuis).

Le calcul élément fini nous permet de d'obtenir l'orientation de la contrainte principale mineure (et donc de compression)  $\sigma_2$  par rapport à l'axe x. Cette orientation est tracée pour le voile de portée 4.53m et pour celui de 8.67m sur les figures suivantes.

*Rq : on ne tiendra pas compte des problèmes numériques d'indétermination dans la partie supérieure de la poutre, l'orientation sera considérée horizontale pour  $\vartheta = 0$  et 180 degrés.*

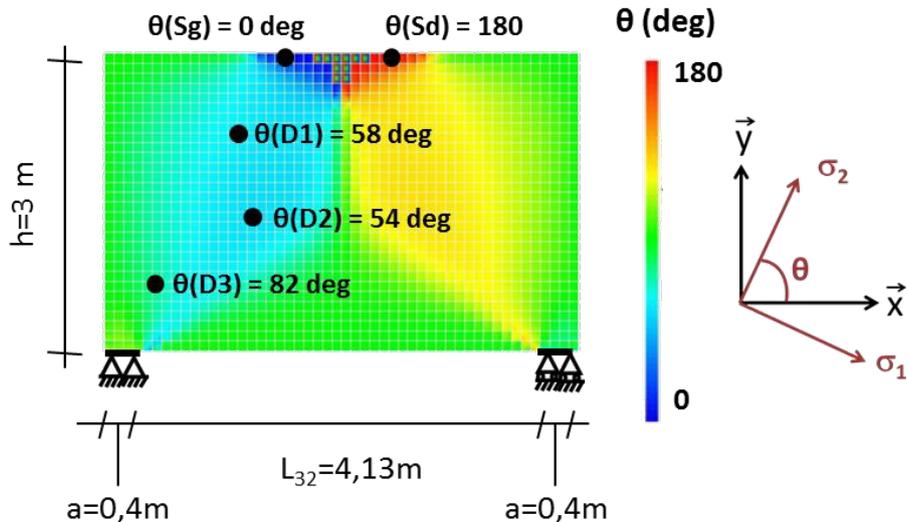


Figure 9 : Orientation de la contrainte principale mineure par rapport à x pour le voile court

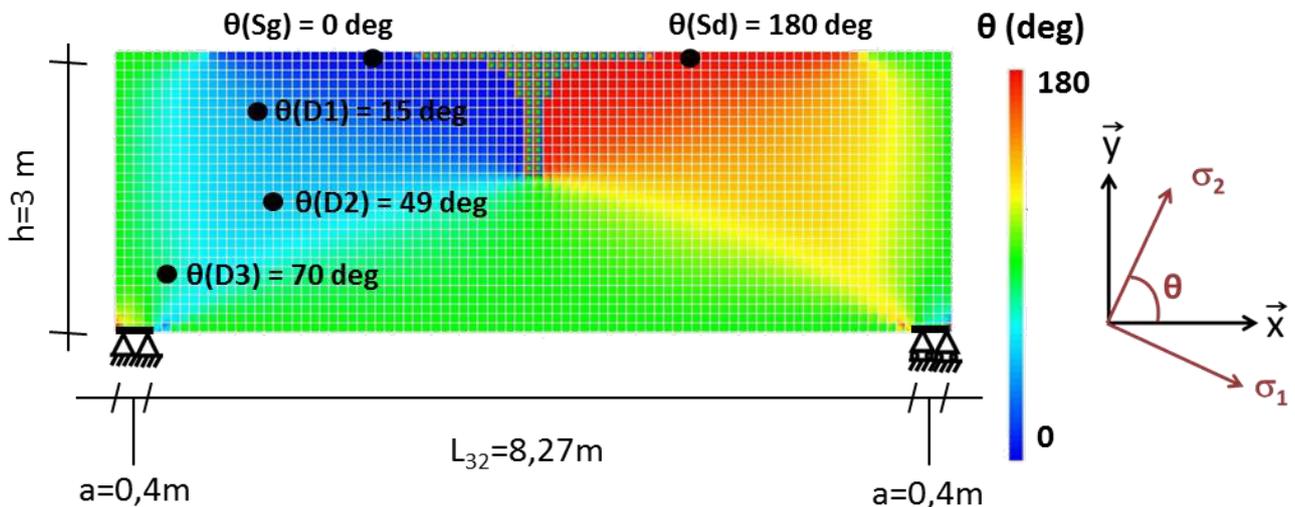


Figure 10 : Orientation de la contrainte principale mineure par rapport à x pour le voile long

**Question 9 :** Pour chaque cas faire sur un demi-voile une représentation schématique du cheminement des contraintes principales de compression. Mettre en lien avec la méthode bielle-tirant dont le treillis est proposé sur la Figure 8 et dont les angles ont été calculés pour les deux portée à la question 7.

## A1-2 - Cas hyperstatique

Cette poutre voile en configuration réelle peut être schématisée de la façon suivante :

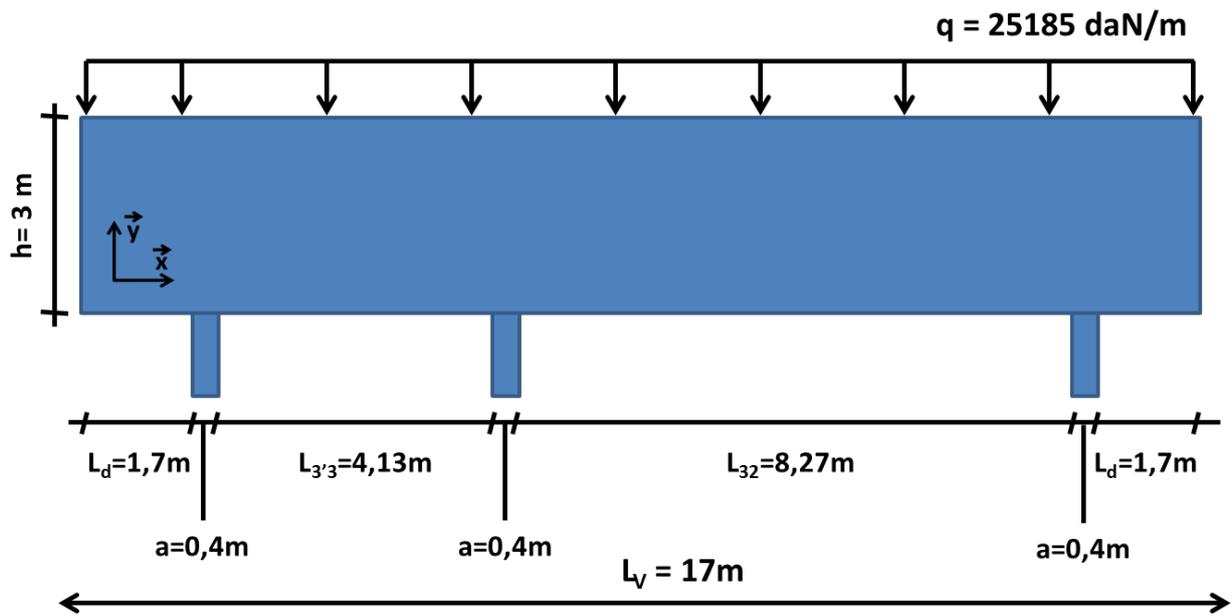


Figure 11 : Schéma de la géométrie de la poutre voile

### a) Modélisation théorie des poutres

Comme pour le cas isostatique, on souhaite tout d'abord étudier cette poutre voile comme une poutre 1D en utilisant la théorie des poutres. La résolution de la poutre continue donne le diagramme du moment fléchissant présenté sur la Figure 12.

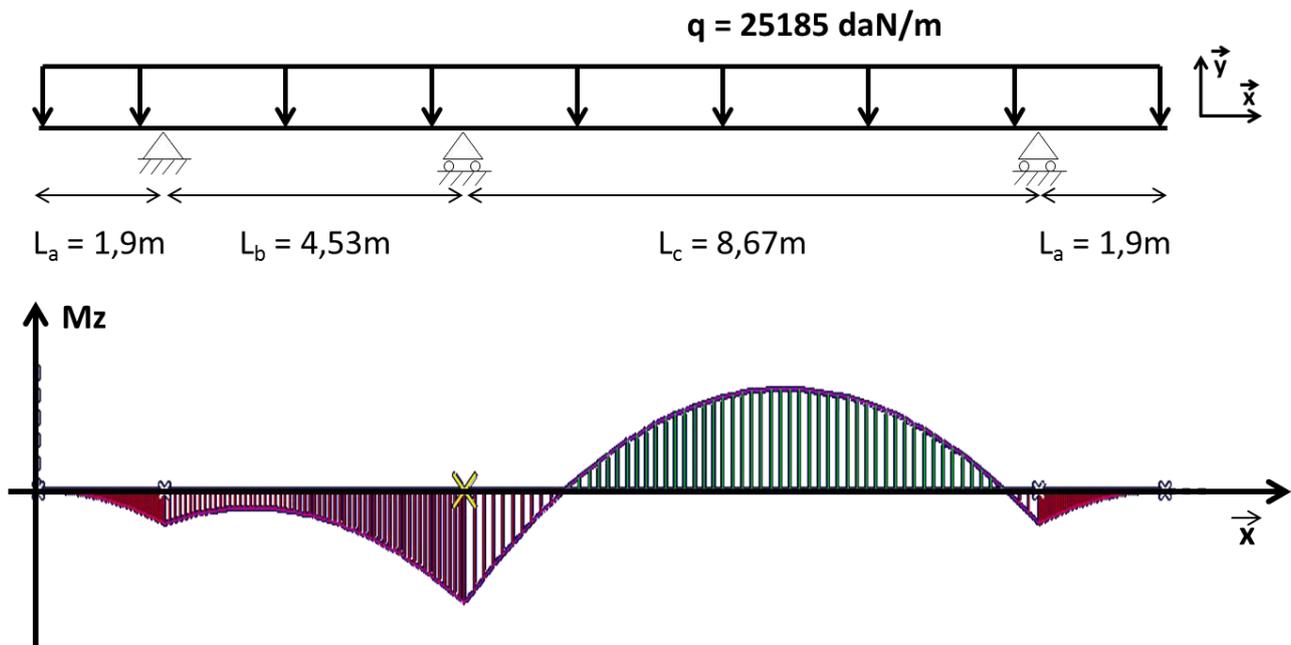


Figure 12 : Diagramme du moment fléchissant de la poutre continue

**Question 10 :** Faire une représentation schématique du ferrailage longitudinal principal à mettre en place dans la poutre afin de reprendre ces moments (Justifier de façon phénoménologique sans faire de calculs). Que devrait-on étudier afin d'identifier où mettre en place le ferrailage transversal ?

**Question 11 :** Déterminer la valeur littérale des moments sur appuis exprimés en fonction de  $q$ ,  $L_a$ ,  $L_b$  et  $L_c$ .

On pourra utiliser pour cela la méthode des 3 moments pour laquelle on rappelle que l'on a la relation suivante (simplifiée pour notre cas sans dénivellation d'appui et avec une poutre à section constante) :

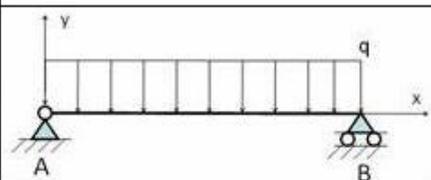
$$M_{i-1}L_i + 2M_i(L_i + L_{i+1}) + M_{i+1}L_{i+1} = 6EI(\omega'_{i,i+1} - \omega'_{i,i})$$

Où : -  $M_i$  est le moment sur l'appui  $i$

-  $L_i$  est la longueur de la travée  $i$  (comprise entre les appuis  $i-1$  et  $i$ )

-  $\omega'_{i,i+1}$  est la rotation de l'appui  $i$  calculée sur la travée  $i+1$  considérée isostatique

Ces rotations peuvent être identifiées pour la travée 2 à l'aide du formulaire ci-dessous :

$\omega_A$	Schéma AB=l et I=constante	$\omega_B$	$Y_l$
$-\frac{ql^3}{24EI_z}$		$\frac{ql^3}{24EI_z}$	$-\frac{5ql^4}{384EI_z}$

**Question 12 :** En déduire l'expression littérale de la réaction sur l'appui central. Faire l'application numérique.

On rappelle pour cela que la réaction d'appui dans le cas de poutre continue s'exprime :

$$Y_{A_i} = Y'_{A_i,i} + Y'_{A_i,i+1} - \frac{M_i - M_{i-1}}{L_i} - \frac{M_i - M_{i+1}}{L_{i+1}}$$

Où : -  $M_i$  est le moment sur l'appui  $i$

-  $L_i$  est la longueur de la travée  $i$  (comprise entre les appuis  $i-1$  et  $i$ )

-  $Y'_{A_i,i+1}$  est la réaction sur l'appui  $A_i$  calculée sur la travée  $i+1$  considérée isostatique

## b) Modélisation voile 2D éléments finis

On étudie à présent la poutre voile grâce à une modélisation éléments finis en 2 dimensions (dans le plan  $x,y$ ). Les champs de contrainte normale  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{yy}$  obtenus sont présentés sur les figures suivantes.

*Rq : le calcul est fait en supposant un comportement élastique du béton, en prenant en compte le comportement élastique des poteaux supposés encastrés en pied.*

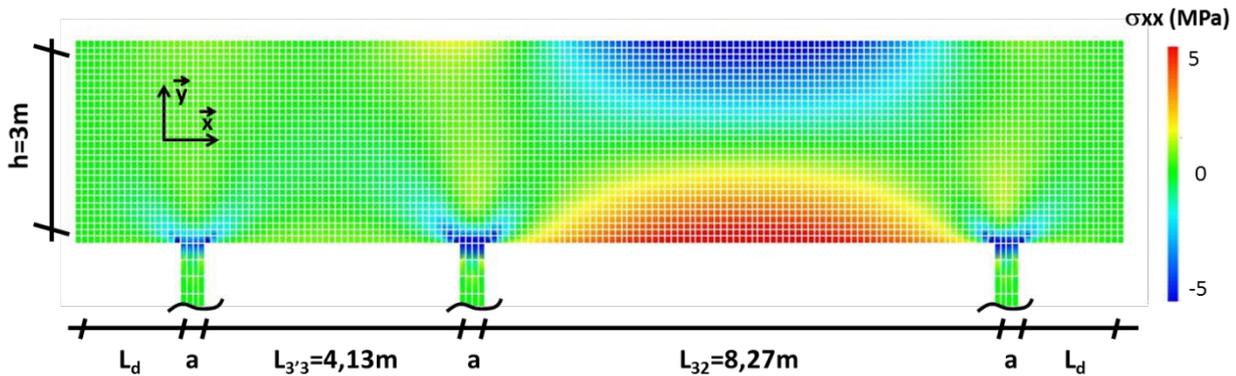


Figure 13 : Champ de contrainte  $\sigma_{xx}$  dans le voile soumis à la charge  $q$

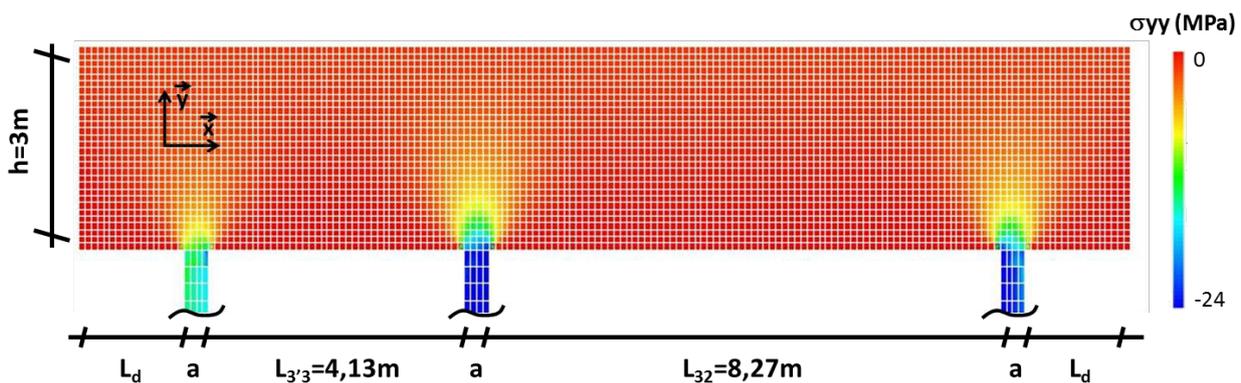


Figure 14 : Champ de contrainte  $\sigma_{yy}$  dans le voile soumis à la charge  $q$

**Question 13 :** Commenter la répartition de la contrainte normale  $\sigma_{xx}$  en lien avec les résultats obtenus avec la méthode des 3 moments.

**Question 14 :** En considérant que le calcul de la réaction d'appui sur le poteau central par la méthode des 3 moments donne pour cette poutre 2MN, calculer la valeur de la contrainte moyenne subie dans le poteau central (section  $0,4m \times 0,2m$ ). Comparer avec les distributions obtenues par le calcul élément fini.

**Question 15 :** Que peut-on dire de l'état de sollicitation dans les poteaux latéraux au vu du champ de contrainte  $\sigma_{yy}$  observé dans le calcul élément fini ?

## Partie A2 – Etude d’une variante en béton précontraint

Afin de libérer des circulations au niveau 1, et augmenter le nombre d’ouvertures dans les voiles des niveaux 2, 3 et 4, une variante est étudiée.

Au plancher haut du niveau 1, la poutre voile est remplacée par deux poutres en béton précontraint isostatiques (représentées en rouge sur la Figure 15) reposant sur des poteaux déplacés aux extrémités des deux poutres (aux files 3b’ et 3 pour l’une, et 3 et 2b pour l’autre) (poteaux représentés en vert sur la Figure 15).

Cette nouvelle configuration est illustrée ci-dessous.

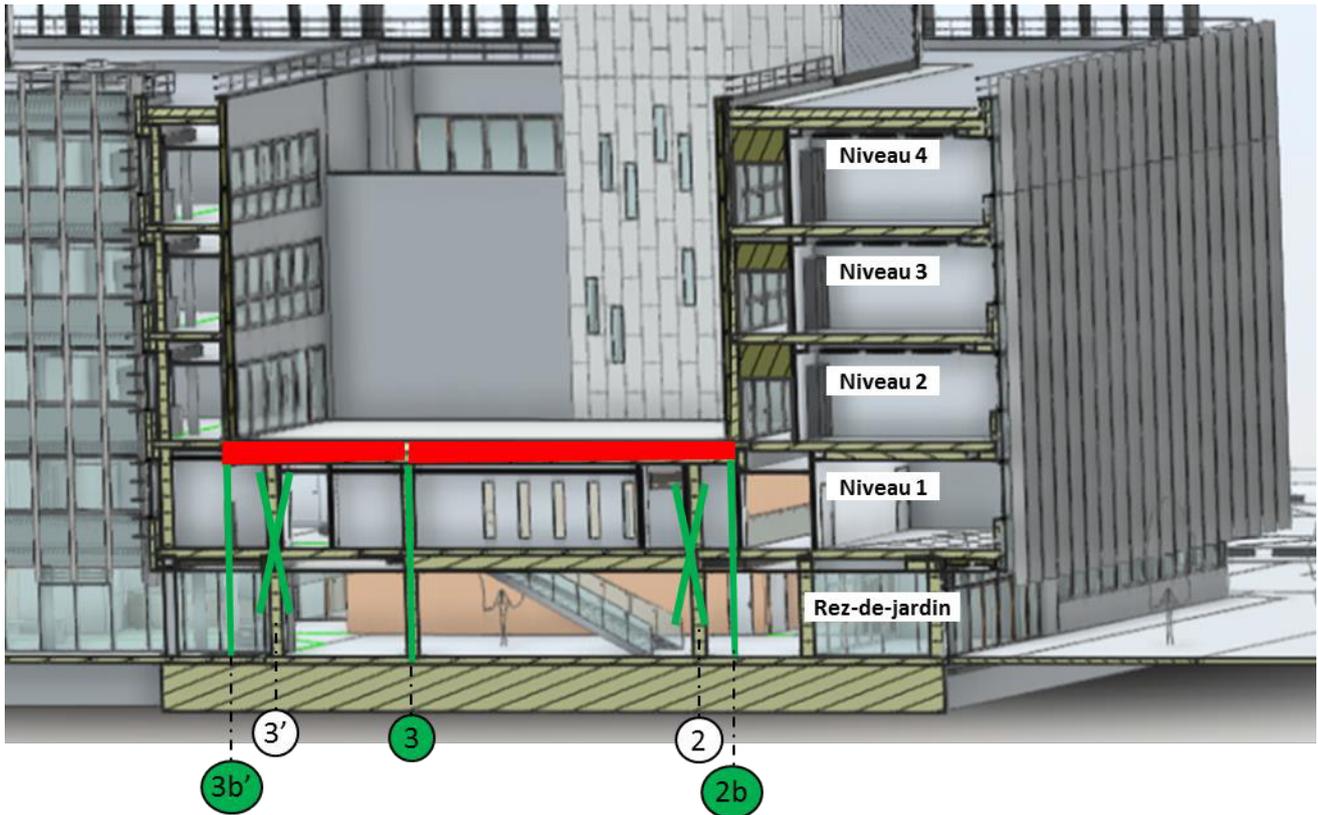


Figure 15 : Coupe illustrant la configuration de la variante poutre BP (image Revit issue de Cardete)

*Rq : Les voiles des niveaux 2, 3 et 4 sont remplacés par des systèmes de remplissage non porteurs et poutres qui redescendent les charges des planchers sur des poteaux ajoutés à chaque étage en file 3' et 2. Ce système poteaux-poutres des niveaux supérieurs n'est pas étudié et donc non représenté ici.*

On souhaite étudier la poutre précontrainte de portée la plus grande (comprise entre les files 3 et 2b). La poutre étudiée reprend, dans cette variante, les charges du plancher haut du niveau 1 et le poids du remplissage non porteur de l'étage 2 (non représenté sur la figure).

Le schéma mécanique de la poutre et le diagramme du moment fléchissant induit par l'application de la charge  $p_{tot}$  sont présentés sur la Figure 16.

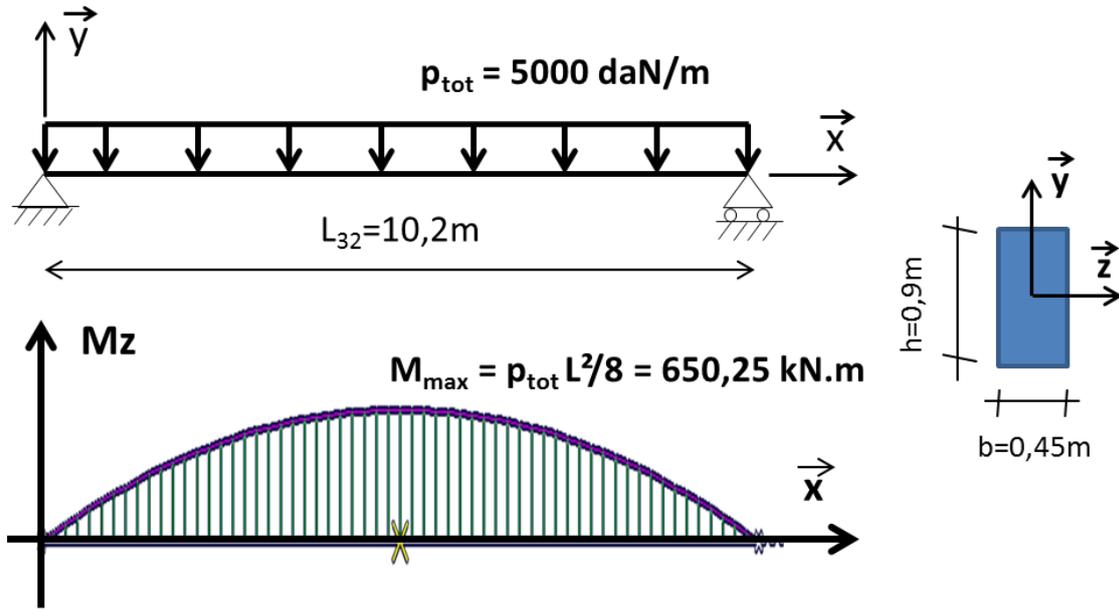


Figure 16 : Diagramme du moment fléchissant de la poutre sans précontrainte chargée par  $p_{tot}$

**Question 16 :** Tracer l'allure de l'évolution de la contrainte normale en fibre supérieure le long de la longueur de la poutre induite par les charges en service (*valeurs caractéristiques en expression littérale en fonction de  $p_{tot}$ ,  $L$  ainsi que des caractéristiques géométriques de la section*).

Même question pour la contrainte normale en fibre inférieure.

Les charges ne seront pas pondérées et le matériau est supposé rester dans le domaine élastique.

**Question 17 :** Décrire les systèmes de précontrainte par post-tension et par pré-tension en expliquant succinctement (notamment à l'aide de schémas) le principe de fonctionnement et de réalisation de ces dispositifs.

On choisira ici une mise en précontrainte par pré-tension avec câbles droits placés à une distance  $e_1$  de la fibre inférieure de la section (tension dans les câbles notée  $P_1$ ).

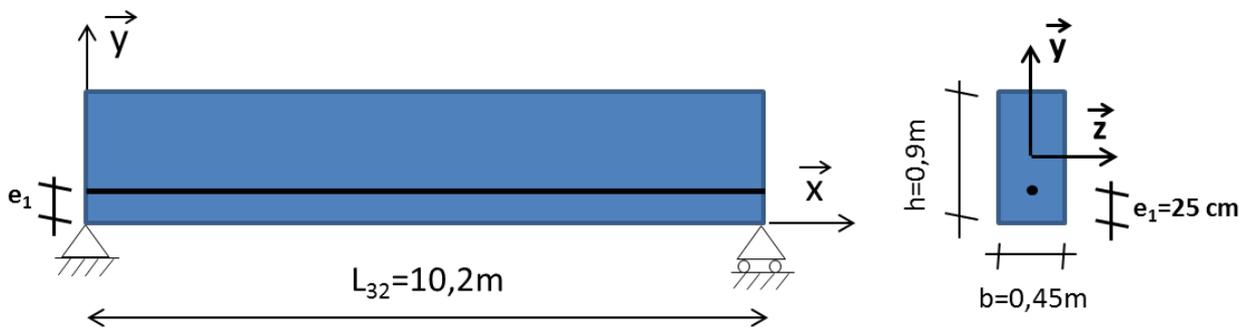


Figure 17 : Position du câble de précontrainte (tracé en noir) dans la section de la poutre

**Question 18 :** Tracer les diagrammes des efforts internes induits par l'application SEULE de cette précontrainte excentrée (*valeurs littérales exprimées en fonction de  $e_1$  et  $P_1$  ainsi que des caractéristiques géométriques de la section*).

**Question 19 : Déterminer l'expression littérale de l'évolution de la contrainte normale en fibre supérieure le long de la longueur de la poutre induite par cette précontrainte.**

**Même question pour la contrainte normale en fibre inférieure.**

*Les charges ne seront pas pondérées et le matériau est supposé rester dans le domaine élastique.*

**Question 20 : Lorsque la poutre est en service (sous l'effet de  $p_{tot} + P1$ ) on souhaite que la totalité de la poutre reste comprimée. A partir des évolutions des contraintes le long de la poutre en fibres extrêmes tracées aux questions précédentes pour les cas élémentaires  $p_{tot}$  et  $P1$ , déterminer la valeur minimale de  $P1$  permettant d'éviter le développement d'une contrainte de traction en service dans la poutre.**

## Partie A3 – Etude matériaux - Béton

On souhaite étudier le béton qui pourrait être retenu pour la variante en béton précontraint de la poutre étudiée dans la partie A2.

**Rq : Bien que traitant du même élément de l'ouvrage que la partie A2, cette partie A3 est totalement indépendante (valeurs numériques imposées lorsque nécessaire).**

Au vu des problématiques liées à la technique spécifique de précontrainte par pré-tension, on souhaite étudier plus particulièrement le comportement évolutif du béton dans le temps (évolution au jeune âge et à long terme).

### A3-1 - Etude du béton au jeune âge

La précontrainte se faisant par pré-tension (en usine de préfabrication) on souhaite déterminer l'âge de mise en précontrainte en fonction du développement des résistances du béton.

Lorsqu'il est conservé à une température constante de 20°C au cours de la prise, le béton préconisé pour cette poutre montre le développement des résistances au cours du temps illustré sur la figure ci-dessous

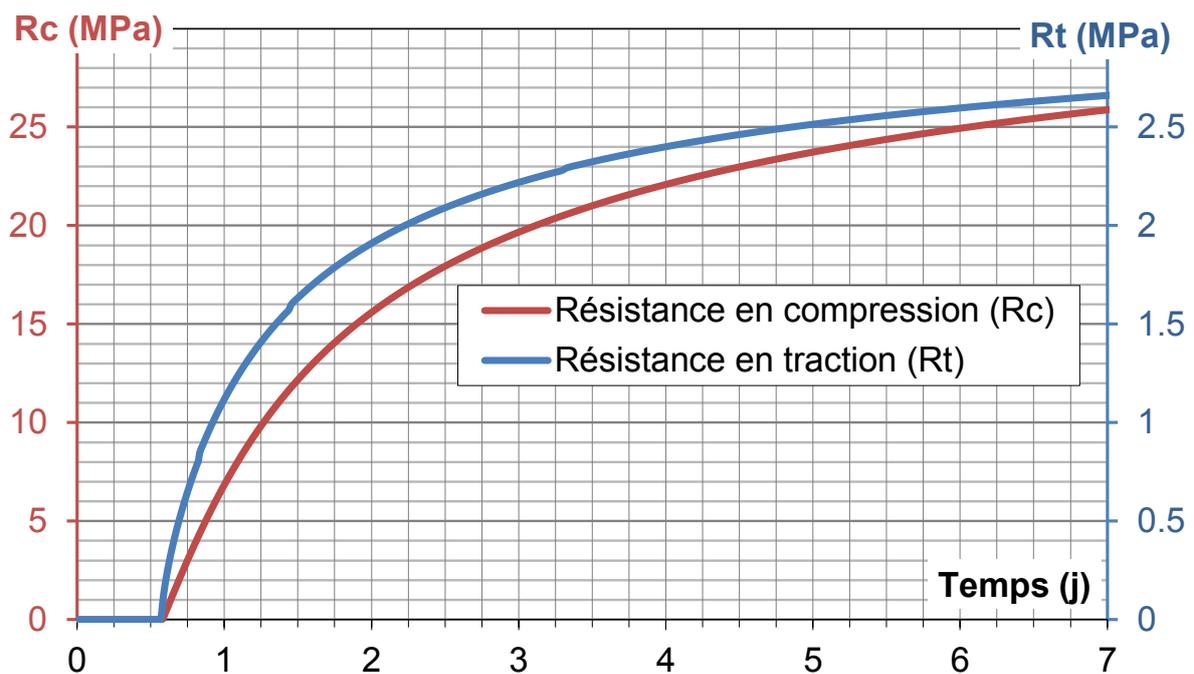


Figure 18 : Evolution des résistances au cours de la prise (cure à 20°C)

Lors de la **mise en précontrainte**, on considère, pour cette partie, que les **contraintes maximales subies** par la poutre sont de **11 MPa** en compression et de **1,6 MPa** en traction (valeurs imposées dans le sujet pour assurer une indépendance des parties A2 et A3).

**Question 21 : Indiquer à partir de quel âge on peut appliquer la précontrainte sur une poutre béton qui serait conservée à 20°C sans risque d'endommager la poutre.**

Afin de réduire les délais d'occupation des bancs de mise en tension, on procède à une cure en température des poutres béton. Les réactions d'hydratation étant thermoactivées, une conservation à 40°C permet en effet d'accélérer le développement des résistances.

Ceci est traduit par le phénomène de maturométrie. On peut définir un âge équivalent ( $t_{eq\ 20^\circ C}$ ) qui correspond à la durée durant laquelle il faudrait faire vieillir le béton à 20°C pour obtenir la même maturité que celle obtenue à la température de conservation considérée :

$$t_{eq\ 20^\circ C} = \int_0^{t_0} \exp\left(-\frac{Ea}{R}\left(\frac{1}{T(\tau)} - \frac{1}{293[K]}\right)\right) d\tau$$

Où : -  $T(\tau)$  est la température du béton durant la période de 0 à  $t_0$  (en Kelvin)  
 -  $Ea/R$  est l'énergie d'activation ( $3500K^{-1}$  pour le béton considéré)  
 -  $t_0$  est la durée de cure

**Question 22 : En considérant que la température T est maintenue à 40°C dans tout le béton, indiquer la durée  $t_0$  de mise en cure nécessaire pour avoir un âge équivalent permettant d'atteindre les résistances souhaitées.**

En réalité, le champ de température au sein de la poutre conservée à 40°C durant la prise n'est pas constant dans la section. Son évolution est représentée ci-dessous :

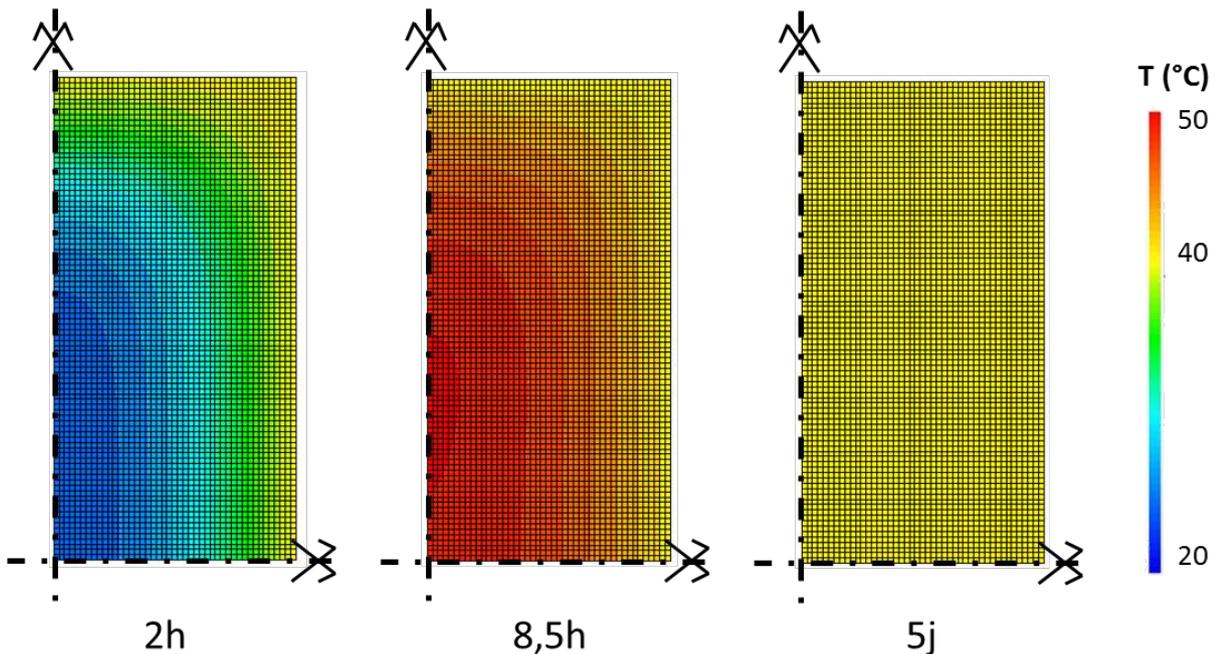


Figure 19 : Champ de température dans le quart de la section de la poutre au cours de la cure à 40°C

**Question 23 : Quel phénomène est à l'origine de l'augmentation de température au cœur de la poutre observée à 8.5h (donnant une température supérieure aux 40°C de conservation extérieure) ?**

**Commenter alors les évolutions de température au sein de la section au cours du temps sous l'effet combiné de ce phénomène et de la cure extérieure.**

## A3-2 - Etude des déformations différées

Une des problématiques majeures du point de vue matériau lorsque l'on s'intéresse au comportement dans le temps d'éléments en béton précontraint concerne les pertes de précontrainte.

**Question 24 :** Indiquer les différentes formes de pertes de précontrainte dans le cas de précontrainte par pré-tension. Quelles autres sources de pertes de précontrainte viennent s'ajouter lorsque l'on est dans le cas de post-tension (notamment avec câbles non rectilignes) ?

On s'intéresse dans la suite de cette partie seulement au cas des pertes de précontraintes dues aux déformations induites par le fluage du béton.

Lorsqu'on soumet une éprouvette du béton étudié (âgée de 28j) à une contrainte de compression axiale maintenue dans le temps de 11,5MPa, la déformation axiale mesurée est la suivante.

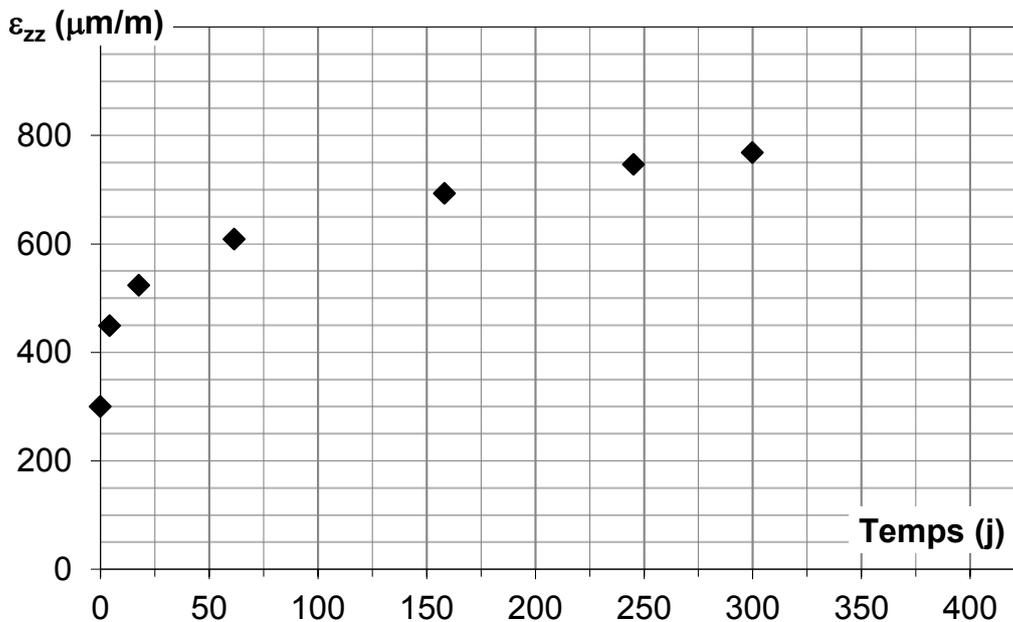


Figure 20 : Déformation axiale obtenue lors d'un chargement axial de 11,55 MPa maintenu dans le temps

*Rq :* Il est supposé que les caractéristiques du béton n'évoluent plus après 28j.

**Question 25 :** A partir de la courbe présentée à la Figure 20, indiquer la valeur du module d'Young instantané  $E_0$  pour le béton considéré.

Le fluage des matériaux peut être vu comme un phénomène visco-élastique et plusieurs modèles rhéologiques simples existent dans la littérature pour modéliser ce comportement. Ces modèles sont basés sur une combinaison de briques de comportement élémentaire dont les lois de comportement sont rappelées ci-dessous pour 2 cas usuels :



On souhaite étudier un modèle viscoélastique à deux étages représenté comme suit :

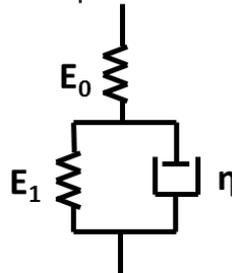


Figure 21 : Schéma rhéologique du modèle viscoélastique à 2 étages

On montre qu'avec ce modèle, on prédit une évolution de la déformation axiale lors d'un essai à charge constante (induisant une contrainte  $\sigma_0$ ) à l'aide de la fonction ci-dessous :

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left( \frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \right) \text{ avec } \tau = \frac{\eta}{E_1}$$

( $E_0, E_1$  et  $\eta$  sont illustrés sur la Figure 21)

**Question 26 : Déterminer la limite à  $+\infty$  de la fonction  $\varepsilon(t)$ . En déduire une méthode pour déterminer la valeur de  $E_1$  à partir des résultats fournis sur la Figure 20.**

En utilisant cette valeur de  $E_1$ , on obtient les prédictions suivantes pour 3 valeurs différentes de  $\tau$ , comparées sur la Figure 22 aux résultats de mesure :

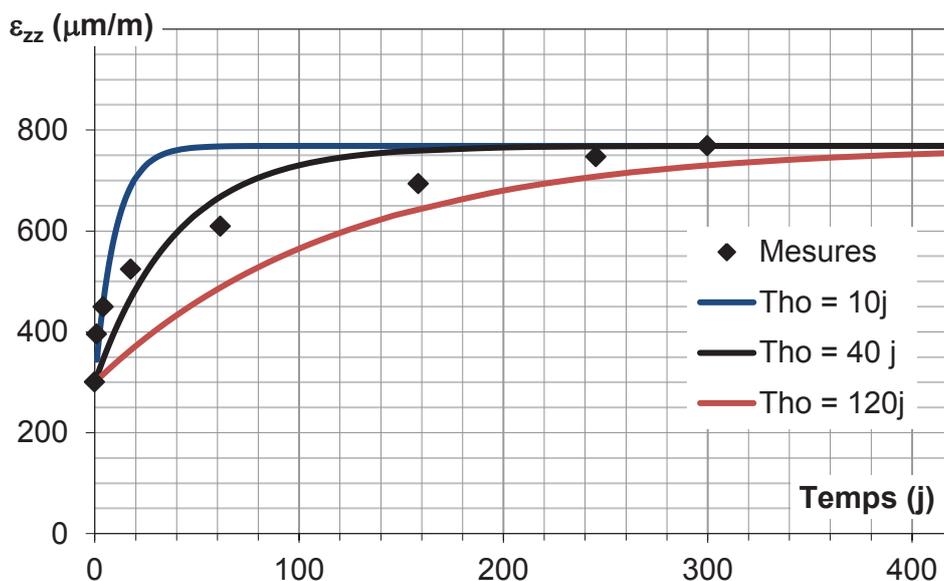


Figure 22 : Déformation prédites par le modèle avec 3 valeurs de  $\tau$

**Question 27 : Commenter la pertinence du modèle visco-élastique un étage pour les différentes valeurs du temps caractéristiques  $\tau$  testés sur cette plage de temps.**

Si l'on étend cette prédiction jusqu'à 1000j, on obtient les résultats présentés ci-dessous, comparés aux mesures obtenues à long terme (valeurs tracées sur une échelle logarithmique du temps) :

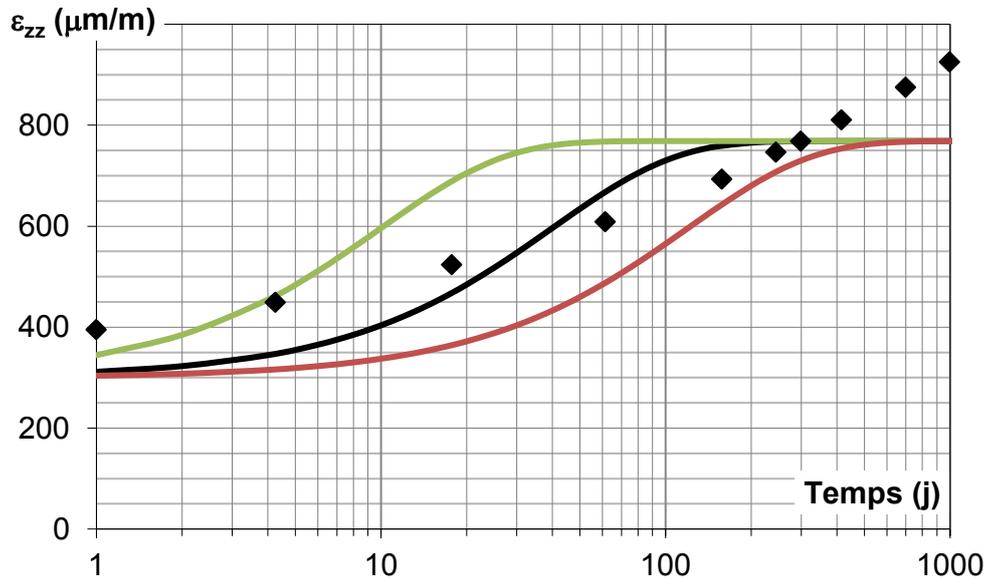


Figure 23 : Déformation prédites par le modèle à long terme avec 3 valeurs de  $\tau$  (exprimées en fonction du log du temps)

**Question 28 : Commenter le risque à long terme associé à l'utilisation de ce modèle visco-élastique linéaire pour des structures précontraintes.**

## Partie B - Hydraulique et Energétique

### Préambule – Données générales pour la partie B

Le traitement climatique du bâtiment MRL sera assuré à l'aide de centrales de traitement d'air neuf (CTAN) double flux associées à des systèmes de traitement thermique terminal.

#### **Caractéristiques des CTAN :**

Les CTAN permettent le renouvellement de l'air neuf hygiénique et son traitement thermique jusqu'à 19°C en hiver et 23°C en été.

Le traitement de l'air neuf en hiver consiste en un pré chauffage dans un échangeur récupérateur suivi d'un chauffage grâce à une batterie chaude à eau.

Le traitement de l'air neuf en été se fera grâce à un échangeur récupérateur d'énergie associé à un caisson de refroidissement adiabatique.

#### **Principe de fonctionnement du récupérateur associé à un caisson de refroidissement adiabatique :**

L'air repris est humidifié et refroidi au moyen d'un humidificateur par pulvérisation de gouttelettes d'eau. L'air repris ainsi refroidi est alors en mesure d'absorber la chaleur de l'air neuf et de le refroidir via l'échangeur récupérateur.

#### **Traitement thermique terminal :**

Les terminaux de chauffage seront constitués par des **radiateurs** dans les bureaux et les salles d'enseignement.

Les portes d'entrées principales seront munies de **rideaux d'air chaud** avec une batterie chaude.

La climatisation des salles informatiques ainsi que les locaux VDI (serveurs) sera assurée par des **systèmes VRV 2 tubes à détente directe**, comprenant un groupe extérieur et un ensemble d'unités intérieures de type cassette.

#### **Production eau chaude :**

La chaleur sera produite à partir d'une sous-station raccordée sur un réseau d'eau chaude urbain au rez-de-chaussée du bâtiment.

La sous-station sera composée d'un échangeur à plaques :

- Fluide primaire : Eau surchauffée 180°C/90°C
- Fluide secondaire : Eau chaude 80°C/60°C

#### **Distribution eau chaude:**

Depuis l'échangeur, le réseau se raccorde sur un ensemble distributeur collecteur depuis lequel est réalisée la distribution suivante:

- Réseau batteries chaudes des 8 Centrales de Traitement d'Air Neuf (CTAN) réparties sur 4 étages: régime d'eau 80°C/60°C et pompe à vitesse variable.
- Réseau radiateurs et batteries chaudes des rideaux d'air chaud : régime d'eau 80°C/60°C et pompe à vitesse variable.

Voir schéma de principe page 31.

### Descriptif fonctionnel du réseau des batteries chaudes des CTAN :

- Régulation du débit de la pompe par récupération de la sonde différentielle placée entre les point B et B'  $\Delta P_{BB'}$ , et action sur la vitesse de rotation.
- Régulation terminale des batteries des CTAN au moyen de vanne deux voies motorisées progressives.
- Débit minimal de la pompe (au moins 10% du débit nominal) assuré par la vanne trois voies située sur la dernière CTAN (tronçon F-BATTERIE-F').
- Le bipasse de la vanne trois voies a été équilibré pour apporter la même résistance hydraulique que le passage direct par la batterie chaude.

## Partie B1 – Etude hydraulique de la distribution d'eau chaude

On propose dans cette partie d'étudier le comportement hydraulique du réseau de distribution d'eau chaude des batteries des CTAN et la consommation énergétique de la pompe à vitesse variable à partir de la modélisation simple de son fonctionnement. Les différents tronçons sont définis au niveau du schéma de principe à la page 31.

### B1-1 Etude du régime nominal

Le dimensionnement et l'équilibrage en régime nominal ont été effectués. Le tableau ci-dessous donne la valeur des pertes de charge des différents tronçons du circuit alimentant la batterie chaude de la CTAN 4.2.

TRONCON	qv m <sup>3</sup> /h	J daPa
A'-ECHANGEUR-A	27,72	3924
AB + B'A'	6,38	1324
BC + C'B'	6,38	294
CD + D'C'	4,45	736
DE + E'D'	2,96	196
EF + F'E'	1,48	343
F- BATTERIE -F'	0,77	2600

**Question 29: Donner le point de fonctionnement en régime nominal ( $q_v$ ;  $H_{MT}$ ) de la pompe du réseau de distribution d'eau chaude des batteries des CTAN et la valeur de  $\Delta P_{BB'}$  en daPa.**

**Avec  $H_{MT}$ , la hauteur manométrique totale délivrée par la pompe en daPa et  $q_v$  son débit volumique en m<sup>3</sup>/h.**

On modélisera le fonctionnement d'une pompe, pour une vitesse de rotation N, de la manière suivante :

$$H_{MT} = aq_v^2 + bq_v + c$$

et

$$P_{abs} = dq_v^3 + eq_v^2 + fq_v + g$$

Avec  $H_{MT}$ , la hauteur manométrique totale délivrée par la pompe en daPa,  $q_v$  le débit volumique en m<sup>3</sup>/h et  $P_{abs}$  la puissance absorbée en W.

Pour une vitesse de rotation de  $N=4065$  T/min, les caractéristiques de la pompe sont :

$$H_{MT} = -17,1q_v^2 + 103q_v + 9455,9$$

$$P_{abs} = -0,07q_v^3 + 1,66q_v^2 + 8,7q_v + 258$$

**Question 30 : Vérifier que la vitesse de 4065 T/min correspond au régime nominal et calculer la puissance absorbée de la pompe.**

**B1-2 Etude de la consommation de la pompe à vitesse variable en fonction de son choix de mode de régulation.**

On rappelle les lois de comportement d'une pompe par rapport à la vitesse de rotation (pour un réseau donné) :

$$\frac{q'_v}{q_v} = \frac{N'}{N}$$

$$\frac{H'_{MT}}{H_{MT}} = \left(\frac{N'}{N}\right)^2$$

$$\frac{P'_{abs}}{P_{abs}} = \left(\frac{N'}{N}\right)^3$$

Avec  $q_v, H_{MT}$  et  $P_{abs}$  les caractéristiques de la pompe à la vitesse  $N$  et  $q'_v, H'_{MT}$  et  $P'_{abs}$  celles de la pompe à la vitesse  $N'$ .

**Question 31 : Démontrer que pour une vitesse de rotation quelconque  $N'$ , on obtient les caractéristiques de la pompe suivantes :**

$$H'_{MT} = aq_v'^2 + bnq'_v + cn^2 \quad \text{et} \quad P'_{abs} = dq_v'^3 + enq_v'^2 + fn^2q'_v + gn^3$$

$$\text{Avec : } n = \frac{N'}{N}$$

**Question 32 : Démontrer que pour un fonctionnement quelconque on a :**

$$H_{MT} = Z_1q_{v1}^2 + Z_2q_{v2}^2 + \Delta P_{BB'}$$

Avec  $Z_1$  la résistance hydraulique du tronçon A'-ECHANGEUR-A,  $q_{v1}$  le débit volumique qui traverse l'échangeur,  $Z_2$  la résistance du tronçon AB+B'A' et  $q_{v2}$  le débit volumique correspondant aux besoins du réseau distribution d'eau chaude des batteries des CTAN.

On admettra que la perte de charge d'un tronçon peut s'exprimer sous la forme  $J = Zq_v^2$

**Question 33 : Calculer  $Z_1$  et  $Z_2$  en  $daPa \cdot h^2 \cdot m^{-6}$**

Comme mentionné dans la présentation du système, la régulation du débit de la pompe se fait par récupération du signal de la sonde de pression différentielle, positionnée entre les points B et B' :  $\Delta P_{BB'}$ .

Le mode de régulation de la pompe choisi peut être soit à  $\Delta P$  constante soit à  $\Delta P$  variable.

Dans le cas de la régulation à  $\Delta P$  constante, on a :  $\Delta P_{BB'} = \text{constante}$

Dans le cas de la régulation à  $\Delta P$  variable, on a :  $\Delta P_{BB'} = 162q_v + 3135$

Avec  $\Delta P_{BB'}$  en daPa et  $q_v$  en m<sup>3</sup>/h.

Les débits volumiques moyens sur la période de chauffage du réseau des batteries chaudes et du réseau des radiateurs correspondent à 50% des débits nominaux respectifs.

**Question 34 : Dans le cas d'un mode de régulation à  $\Delta P$  constante, puis à  $\Delta P$  variable, calculer le point de fonctionnement de la pompe du réseau des batteries chaudes correspondant au débit volumique moyen, en déduire la vitesse de rotation de la pompe et sa puissance absorbée.**

### B1-3 Vérification du débit minimum

On rappelle que le cahier des charges impose un débit minimum ( $q_{vMIN}$ ) correspondant au moins à 10% du débit nominal.

**Question 35 : Dans le cas où les batteries chaudes des 8 CTAN ne sont pas en demande, montrer que :**

$$\Delta P_{BB'} = Z_3 q_{vMIN}^2$$

**Question 36 : Calculer la résistance hydraulique  $Z_3$  en  $daPa \cdot h^2 \cdot m^{-6}$**

**Question 37 : Dans le cas d'un mode de régulation à  $\Delta P$  constante, puis à  $\Delta P$  variable, calculer la valeur du débit minimum  $q_{vMIN}$ . Conclure par rapport à l'exigence du cahier des charges**

## Partie B2 – Etude et analyse de l'efficacité du système de récupération d'énergie

**Remarque importante :** Les parties B2.1, B2.2 et B2.3 peuvent être traitées indépendamment.

On propose l'étude de l'efficacité du système de récupération d'énergie utilisé dans les centrales de traitement de l'air neuf (CTAN). Le schéma simplifié d'une CTAN est le suivant :

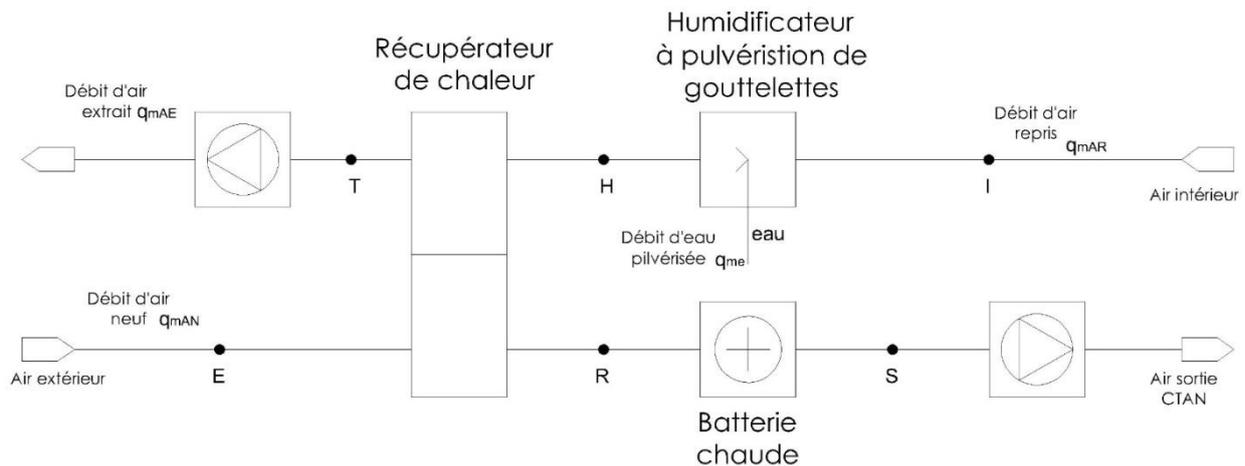


Figure 24 : Schéma simplifié d'une CTAN

### Description de la CTAN :

- un récupérateur de chaleur entre l'air neuf et l'air repris,
- un humidificateur à pulvérisation de gouttelettes sur le réseau de reprise, permettant de refroidir l'air repris intérieur en été avant l'échangeur récupérateur,
- une batterie chaude sur le réseau d'air neuf permettant d'atteindre la température souhaitée en hiver,
- un ventilateur de soufflage et un ventilateur de reprise,
- différents filtres non représentés sur le schéma de principe simplifié de la CTAN.

### Conditions de l'air extérieur en été :

- température extérieure :  $t_E=32^\circ\text{C}$
- teneur en eau ou humidité spécifique en kilogramme de vapeur d'eau par kilogramme d'air sec :  $w_E=10,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_{VE}/\text{kg}_{AS}$ ,
- pression atmosphérique extérieure : 101325 Pa.

### Conditions de l'air intérieur en été :

- température intérieure :  $t_i=28^\circ\text{C}$
- teneur en eau ou humidité spécifique en kilogramme de vapeur d'eau par kilogramme d'air sec :  $w_i=10,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_{VE}/\text{kg}_{AS}$ ,
- pression atmosphérique intérieure : + 30 Pa par rapport à la pression atmosphérique extérieure.

**Débit d'air :**

- débit volumique d'air neuf, pris dans les conditions extérieures,  $q_{VAN}=12225 \text{ m}^3/\text{h}$ ,
- débit volumique d'air repris, pris dans les conditions intérieures,  $q_{VAR}=11565 \text{ m}^3/\text{h}$ .

**Formulaire air humide :**

$P_{VE}$  : Pression partielle de vapeur d'eau en Pa,

$P_{VS}$  : Pression de vapeur saturante d'eau en Pa,

$P$  : Pression atmosphérique totale en Pa.

**Pression de vapeur saturante de l'eau :**

Pour  $t > 0$ , équilibre vapeur/liquide  $P_{VS} = 10^{\frac{7,625t}{24,1+t} + 2,7877}$   $P_{VS}$  en Pa et  $t$  en °C.

**Degré hygrométrique ou humidité relative :  $\varphi$  ou HR en %.**

$$\varphi = \left( \frac{P_{VE}}{P_{VS}} \right)_t \text{ et } HR = 100 \times \varphi.$$

**Relation entre la pression partielle de vapeur d'eau  $P_{VE}$  [Pa], la teneur en eau  $w$  [kg<sub>VE</sub>/kg<sub>AS</sub>] et la pression totale  $P$  [Pa]:**  $P_{VE} = \frac{w \times P}{0,622 + w}.$

**Volume spécifique : m<sup>3</sup><sub>AH</sub>/kg<sub>AS</sub> :**  $v = 462 \times (0,622 + w) \frac{T}{P}$ ,  $T$  température en K.  
 $T[K] = t[°C] + 273,15$

**Enthalpie de l'air humide : kJ/kg<sub>AS</sub> :**  $h = c_{PAS}t + w(L_V + C_{PVE}t)$

Avec  $c_{PAS}$  : Chaleur massique de l'air sec  $c_{PAS}=1,006 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$c_{PVE}$  : Chaleur massique de la vapeur d'eau  $c_{PVE}=1,83 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

$L_V$  : Chaleur de vaporisation de l'eau à 0°C :  $L_V=2501 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

## B2-1 Etude de l'humidificateur adiabatique à pulvérisation de gouttelettes

Données et hypothèses :

- On notera la température de l'eau pulvérisée  $t_{eau}$ ,
- le débit massique d'eau  $q_{me}$  correspond à la quantité d'eau absorbée par l'air,
- on néglige les échanges de chaleur entre l'humidificateur et son environnement extérieur.

**Question 38 :** Calculer l'enthalpie du point intérieur  $h_I$  et le débit massique d'air repris  $q_{mAR}$  en  $kg_{AS}/s$ .

**Question 39 :** Effectuer un bilan enthalpique et un bilan hydrique sur l'humidificateur à pulvérisation de gouttelettes et démontrer que :

$$t_H = \frac{\frac{q_{me}}{q_{mAR}} \times c_{peau} \times t_{eau} + h_I - L_V \left( w_I + \frac{q_{me}}{q_{mAR}} \right)}{c_{PAS} + C_{PVE} \left( w_I + \frac{q_{me}}{q_{mAR}} \right)}$$

On prendra  $t_{eau}=20^\circ C$ ,  $c_{Peau}=4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $q_{me}=37,5 \text{ kg}_{eau} \cdot \text{h}^{-1}$

**Question 40 :** Calculer la température de l'air au point H.

**Question 41 :** Quelle erreur relative (exprimée en pourcentage) aurait-on commis sur le calcul de la température au point H, si on avait fait l'hypothèse d'une évolution isenthalpique de l'air dans l'humidificateur ?

## B2-2 Etude de l'évolution de l'air extérieur dans le récupérateur en été

On prendra pour cette partie:

- débit massique de l'air repris :  $q_{mAR} = 3,697 \text{ kg}_{AS}/s$

**Question 42 :** Calculer la température de rosée de l'air extérieur et montrer que l'évolution de l'air neuf dans le récupérateur est isohydre (teneur en eau constante).

**Question 43 :** Montrer que pour une évolution isohydre entre 2 états A et B de l'air humide, l'expression de la puissance est :

$$P = q_m c_{PAH} (t_B - t_A) \text{ avec } c_{PAH} = c_{PAS} + w_A c_{PVE}$$

$c_{PAH}$  correspond à la chaleur massique de l'air humide.

**Question 44 :** Après avoir calculé le débit massique d'air neuf en été, la teneur en eau du point H (les informations concernant l'humidificateur sont données dans la partie B2-1), déterminer la chaleur massique de l'air humide extérieur (conditions du point E) et de celle de l'air repris (conditions du point H).

## B2-3 Etude du récupérateur en été

On prendra pour cette partie:

- température en sortie de l'humidificateur  $t_H=21,3\text{ °C}$
- chaleur massique de l'air humide extérieur dans les conditions du point E :  $c_{PAHE} = 1,025\text{ kJ} \cdot \text{kg}_{AS}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- chaleur massique de l'air humide repris dans les conditions du point H :  $c_{PAHH} = 1,031\text{ kJ} \cdot \text{kg}_{AS}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- débit massique de l'air neuf :  $q_{mAN} = 3,859\text{ kg}_{AS}/\text{s}$
- débit massique de l'air repris :  $q_{mAR} = 3,697\text{ kg}_{AS}/\text{s}$

Le récupérateur sera considéré comme un échangeur à plaques, pur à contre-courant, dont le produit du coefficient d'échange par la surface d'échange est égal à  $US=11,9\text{ kW} \cdot \text{K}^{-1}$

L'efficacité d'un échangeur pur à contre-courant sans changement de phase au moyen de la méthode des NUT se calcule de la manière suivante :

$$E = \frac{1 - e^{-NUT(1-R)}}{1 - R \times e^{-NUT(1-R)}}$$

Avec NUT le nombre d'unités de transfert :

$$NUT = \frac{US}{C_{min}}$$

R le rapport des capacités thermiques :

$$R = \frac{C_{min}}{C_{max}}$$

$C_{min}$  et  $C_{max}$  sont respectivement la plus petite capacité thermique et la plus grande entre celle de l'air repris et celle de l'air neuf.

La capacité thermique d'un fluide correspond au produit du débit massique par la chaleur massique :

$$C = q_m \times C_{PAH}$$

La puissance de l'échangeur peut se calculer de la manière suivante :

$$P = E \times C_{min} \times \Delta T_{ENTREES}$$

Avec  $\Delta T_{ENTREES}$  la différence entre la température du fluide chaud à l'entrée de l'échangeur et celle du fluide froid également à l'entrée de l'échangeur.

**Question 45 : Déterminer les capacités thermiques de l'air neuf et de l'air repris, donner la valeur de l'efficacité de l'échangeur. En déduire la puissance du récupérateur et la température en sortie de la CTAN l'été.**

**Question 46: Montrer que le gain de puissance de refroidissement dû à la présence de l'humidificateur est égal à :**

$$G = 100 \times \frac{t_I - t_H}{t_E - t_I},$$

puis effectuer l'application numérique.

## Partie B3 - Etude de l'isolant thermique de la canalisation d'eau surchauffée du piquage entre le réseau urbain et l'échangeur de la sous-station.

La sous-station, produisant la chaleur nécessaire aux besoins calorifiques du bâtiment, se trouve située dans un local technique au rez-de-chaussée du bâtiment. Le raccordement avec le réseau urbain d'eau surchauffée s'effectue à l'entrée du local technique.

Le local technique est à la température de  $T_{LT}$ .

La canalisation est calorifugée afin de réduire les pertes thermiques et de diminuer, pour des raisons de sécurité, sa température de surface.

Régime de l'eau surchauffée :  $180^{\circ}\text{C} / 90^{\circ}\text{C}$

Tube acier noir :  $D_{\text{ext}}=76,1 \text{ mm}$  et  $e=3,2 \text{ mm}$

### B3-1 Etude du transfert de chaleur par conduction au travers de l'isolant dans le cas d'un matériau isotrope

La figure ci-dessous représente la section droite de la canalisation calorifugée.

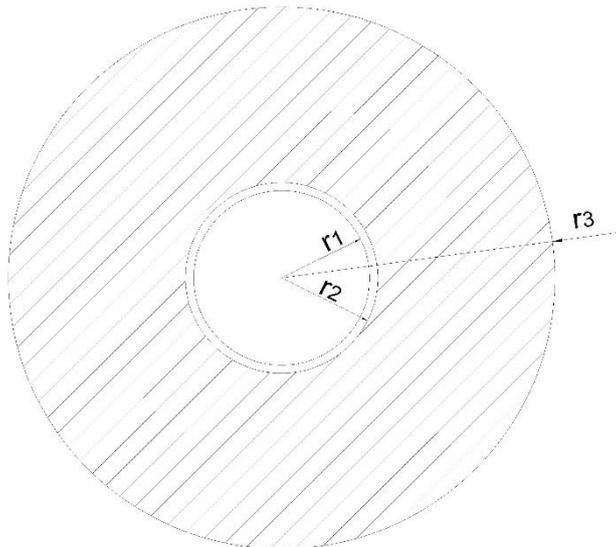


Figure 25 : Section droite de la canalisation calorifugée

On fera les hypothèses suivantes :

- Température uniforme sur l'ensemble de la surface intérieure de l'isolant de rayon  $r_2$ .
- Température uniforme sur l'ensemble de la surface extérieure de l'isolant de rayon  $r_3$ .
- Régime permanent.
- Matériau isotrope, conductivité thermique constante.

**Question 47 : Pourquoi peut-on considérer la température de la paroi intérieure de l'isolant pratiquement égale à celle de l'eau surchauffée ?**

En régime permanent, dans le cas du cylindre creux et d'une propagation radiale de la chaleur, l'équation de Fourier peut s'écrire :

$$\Phi = -\lambda S \frac{dT}{dr}$$

- Flux thermique  $\Phi$  en W
- Surface d'échange isotherme S en m<sup>2</sup>

**Question 48 : Montrer que le flux de chaleur sur une longueur L de tube isolé est égal à :**

$$\Phi = \frac{2\pi\lambda L}{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} (T_{eau} - T_S)$$

Avec  $T_S$  la température de la surface extérieure de l'isolant.

### B3-2 Etude du transfert de chaleur par conduction au travers de l'isolant dans le cas d'un matériau non isotrope

L'isolation thermique se fait au moyen d'une coquille en laine de roche. La conductivité thermique de ce matériau dépend de la température.

On considèrera que l'évolution de la conductivité thermique est linéaire par rapport à la température et obéit à une loi de la forme :  $\lambda = \lambda_0(1 + KT)$ , avec T en °C et  $\lambda$  en  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ .

Le fabricant donne les informations suivantes :

Température (°C)	Conductivité thermique mW/(m.K)
+10	35
+70	42
+150	54
+250	73

La régression linéaire de ces données conduit à l'équation suivante :  $\lambda = 0,159T + 31,89$   
Avec T en °C et  $\lambda$  en  $mW \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

**Question 49 : Donner les valeurs de  $\lambda_0$  ( $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ ) et du coefficient K.**

**Question 50 : Montrer que, si on tient compte du comportement linéaire de la conductivité thermique de l'isolant par rapport à la température, le calcul du flux thermique devient :**

$$\Phi = \frac{2\pi\lambda_0 L}{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \left( \frac{K}{2} (T_{eau}^2 - T_S^2) + T_{eau} - T_S \right)$$

### B3-3 Estimation de l'erreur commise si on ne tient pas compte du comportement linéaire de la conductivité de l'isolant

Pour les valeurs numériques demandées on prendra :

- Epaisseur d'isolant  $e=70$  mm.
- Température de surface extérieure  $T_s=30$  °C.
- Longueur 1 m.

**Question 51 : Exprimer l'erreur sur le flux de chaleur dans le cas où on considèrerait la conductivité constante et égale à  $\lambda_0$ , puis donner sa valeur numérique en W.**

Le bureau d'études en charge du dimensionnement de l'isolation du tube a considéré la conductivité comme constante et la prise à la valeur donnée par le fabricant pour une température égale à  $T_{\text{eau}}=180$ °C.

**Question 52 : Pour ce cas de figure, donner la valeur de l'erreur en W. Conclure.**

La température de la canalisation ne doit pas dépasser 45°C.

On désire estimer l'épaisseur minimale d'isolant nécessaire.

Pour simplifier l'étude on fera les hypothèses suivantes :

- Température sur l'ensemble de la surface intérieure de l'isolant égale à la température de l'eau surchauffée,  $T_{\text{eau}}=180$ °C.
- Conductivité thermique constante et égale à  $\lambda=0,06 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
- Coefficient d'échange superficiel entre l'ambiance et le tube :  $h_{\text{amb}} = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
- Température du local technique  $T_{\text{LT}}=15$ °C

**Question 53 : Calculer l'épaisseur d'isolant nécessaire.**

