

SESSION 2022

CAPLP
CONCOURS EXTERNE et CAFEP
3^{ème} CONCOURS

SECTION : MATHÉMATIQUES – PHYSIQUE-CHIMIE

ÉPREUVE ÉCRITE DISCIPLINAIRE

Durée : 5 heures

Calculatrice autorisée selon les modalités de la circulaire du 17 juin 2021 publiée au BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Le candidat rendra deux copies séparées pour chacune des deux parties de l'épreuve

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

A

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie.

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

► **Concours externe du CAPLP de l'enseignement public :**

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFE	1315J	101A	9814

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFE	1315J	101B	0725

► **Concours externe du CAFEP/CAPLP de l'enseignement privé :**

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFF	1315J	101A	9814

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFF	1315J	101B	0725

► **3^{ème} Concours du CAPLP de l'enseignement public :**

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFV	1315J	101A	9814

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EFV	1315J	101B	0725

ÉPREUVE ÉCRITE DISCIPLINAIRE

**Cette épreuve est constituée de deux parties
à rendre sur des copies séparées**

Première partie : mathématiques (pages 1 à 4)

**Document réponse partie mathématiques
à rendre avec la copie de mathématiques (page 19)**

Seconde partie : physique-chimie (pages 5 à 18)

**Documents réponses partie physique-chimie 1, 2 et 3
à rendre avec la copie de physique-chimie (pages 20 et 21)**

PARTIE 1 : MATHÉMATIQUES

La partie Mathématiques est constituée de deux exercices indépendants qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Le premier exercice est constitué de quatre parties.

Le deuxième exercice est un vrai faux avec justification.

Exercice 1

Dans cet exercice f désigne la fonction définie, pour x réel, par

$$f(x) = \frac{1}{x(x+1)}.$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A : Étude de la fonction f

- Déterminer l'ensemble de définition \mathcal{D}_f de la fonction f .
- Montrer que f est dérivable sur \mathcal{D}_f et que $f'(x) = \frac{-2x-1}{x^2(x+1)^2}$ pour tout $x \in \mathcal{D}_f$.
 - Donner le tableau complet de variations de f (on justifiera les limites aux bornes de \mathcal{D}_f).
 - Déterminer les droites asymptotes à \mathcal{C}_f .
 - Donner l'allure de \mathcal{C}_f dans le repère porté sur le **document réponse partie mathématiques à rendre avec la copie**. La figure pourra, selon besoin, être complétée dans la suite de cette partie.
- Montrer que \mathcal{C}_f admet un axe de symétrie qui admet une équation de la forme $x = k$.
- Déterminer une équation de la droite T tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection, noté A, de la droite T avec l'axe des abscisses.
- Déterminer une équation de la droite passant par les points A et B, où B est le point de coordonnées $(1, -2)$.
- Donner une équation de la droite d orthogonale à la droite (AB) et passant par B.
- On note C le point d'intersection de la droite d avec l'axe des ordonnées. Déterminer l'aire du triangle (ABC) en unité d'aire.

Partie B : Calcul intégral

- Déterminer les réels α et β tels que, pour tout $x \in]0, +\infty[$,

$$\frac{1}{x^2 + x} = \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{1 + x}.$$

- En déduire une primitive de la fonction f sur $]0, +\infty[$.

10. Vérifier que la fonction F définie, pour $x \in]0, +\infty[$, par

$$F(x) = -\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.

11. Déterminer le réel $m > 0$ tel que

$$\int_m^4 f(t) dt = 1.$$

Partie C : Équations différentielles

Soit h la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par

$$h(x) = x \sin(x).$$

12. Déterminer les primitives de h sur $]0, +\infty[$.

13. a. Résoudre sur $]0, +\infty[$ l'équation différentielle

$$y' + \frac{y}{x^2 + x} = 0.$$

b. Résoudre sur $]0, +\infty[$ l'équation différentielle

$$y' + \frac{y}{x^2 + x} = (x + 1) \sin(x) \quad (E)$$

c. Déterminer la solution u de l'équation différentielle (E) telle que $u\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Partie D : Étude d'une suite définie par récurrence

14. Montrer qu'il existe un unique réel l tel que $f(l) = l$.

15. Montrer que $l \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

16. a. On considère le code Python suivant :

```
def g(x):
    return 1/(x**2+x)-x

def dichotomie(eps):
    x=0.5
    y=1
    while y-x>=2*eps:
        c=(x+y)/2
        if g(c)>0:
            x=c
        else:
            y=c
    return (x+y)/2
```

Exécuter « à la main » la commande suivante en détaillant itération par itération les valeurs prises par les variables x , y et c ainsi que le résultat final obtenu :

```
>>> dichotomie(0.05)
```

- b. Expliquer ce que représente le résultat obtenu à la question précédente dans le contexte de l'exercice.
- c. Justifier que, pour toute valeur strictement positive de ϵ , la boucle while du programme s'arrête au bout d'un nombre fini d'itérations.
17. Soit $\varphi:]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par : $\forall x \in]0, +\infty[, \varphi(x) = f \circ f(x) - x$.
- Calculer $\varphi(l)$.
 - Établir le tableau de signe de φ sur $]0, +\infty[$.
- On considère la suite (u_n) définie par la donnée de son premier terme u_0 et par la relation de récurrence $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$.
18. Montrer par récurrence que la suite (u_n) est bien définie si et seulement si $u_0 \in \mathcal{D}_f$.
19. On suppose dans cette question que $u_0 \in]0, +\infty[$.
- Montrer que la suite (u_n) est bien définie.
 - Montrer que les sous-suites (u_{2k}) et (u_{2k+1}) sont monotones.
 - Étudier la convergence de la suite (u_n) en fonction de u_0 .
20. On suppose dans cette question que $u_0 \in \mathcal{D}_f \cap]-\infty; 0]$. Étudier la convergence de la suite (u_n) en fonction de u_0 .

Exercice 2

Préciser si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse, puis justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. La population d'une ville a augmenté de 10 % en quatre ans.

Proposition. On peut dire que la population de cette ville a augmenté de 2,5 % par an en moyenne.

2. Soit f la fonction définie, pour tout réel x non nul, par

$$f(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x^2}.$$

Proposition. La fonction f tend vers 1 quand x tend vers 0.

3. Soit n un entier naturel non nul.

Proposition.

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

4. Une urne contient six boules bleues et trois boules rouges. On prélève simultanément deux boules dans l'urne. Tous les prélèvements sont supposés équiprobables.

Proposition. La probabilité que les deux boules soient de couleurs différentes est égale à $\frac{1}{2}$.

5. Deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes et suivent respectivement les lois normales $\mathcal{N}(24; 4)$ et $\mathcal{N}(20; 2)$ (on rappelle que l'on note $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$ la loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ). On admet que la variable aléatoire $Z = X + Y$ suit une loi normale.

Proposition. L'espérance mathématique et l'écart type de Z sont respectivement 44 et 6.

6. Pour tout réel θ , on considère la matrice $M(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$.

Proposition. Il existe $\theta \in \mathbb{R}$ tel que $M(\theta)^4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

7. Dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(0; 1)$, $B(0; 2)$ et $C(1; -1)$. On note G le barycentre du système $(A, 1); (B, -1); (C, 2)$.

Proposition. Les coordonnées du point G sont $(2; -3)$.

8. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère :

- la sphère \mathcal{S} d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 3$;
- la droite \mathcal{D} passant par le point A de coordonnées $(-1; 1; 0)$ et dirigée par le vecteur \vec{u} de coordonnées $(1; 0; 1)$.

Proposition. La droite \mathcal{D} est tangente à la sphère \mathcal{S} .

PARTIE 2 : PHYSIQUE-CHIMIE

Thème d'étude : Le sport au service de la santé

Structure de la partie physique-chimie de l'épreuve

La partie physique-chimie de l'épreuve est structurée autour d'un « dossier documentaire » et d'un « travail à réaliser par le candidat ».

Elle doit permettre au candidat :

- de montrer sa maîtrise du corpus de savoirs disciplinaires en physique-chimie adapté à l'enseignement en lycée professionnel ;
- de montrer ses capacités à s'approprier et analyser les informations fournies ;
- de montrer sa capacité à communiquer par écrit de manière précise et adaptée, tant dans l'utilisation de la langue française que dans l'utilisation du langage scientifique (utilisation d'un vocabulaire précis et adapté, maîtrise de l'écriture des résultats numériques).

> Dossier documentaire (document 1 à document 9)

Le dossier documentaire est organisé en une collection de documentation scientifique et technique liée au thème du sujet.

> Travail à réaliser par le candidat (question 1. à question 50.)

Le sujet de physique-chimie s'appuie sur un ensemble de questionnements structuré en différentes parties et sous-parties indépendantes les unes des autres.

Les références au « dossier documentaire » peuvent être précisées ou non dans le questionnement.

Le cas échéant, le candidat indique dans ses réponses les références des documents sur lesquels il s'appuie.

> Documents réponses partie physique-chimie (document réponse partie physique-chimie 1 à document réponse partie physique-chimie 3)

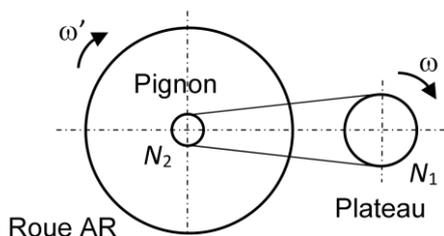
Le candidat rend, avec son ensemble de copies relatif à cette partie de l'épreuve, les documents réponses partie physique-chimie présents en fin de sujet.

DOSSIER DOCUMENTAIRE

Documentation scientifique et technique

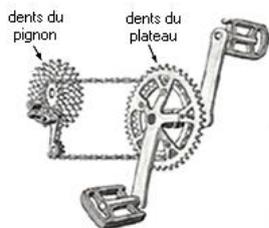
Document 1 : Données numériques et techniques sur le cycliste et son vélo

- Masse du cycliste : $M = 75 \text{ kg}$
- Masse du vélo : $m = 10 \text{ kg}$
- Intensité de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$
- Coefficient de résistance au roulement : $C_r = 0,40 \%$
- Force de résistance au roulement : $F_r = C_r.P$ où P est le poids de l'ensemble « cycliste + vélo » (en N)
- Coefficient de frottement de l'air : $k_a = 0,20 \text{ N.s}^2.\text{m}^{-2}$
- Force de frottement fluide due à l'air : $F_{\text{air}} = k_a v^2$ où v est la vitesse du vélo (en m.s^{-1})
- Capacité $\text{VO}_2\text{max} = 51,4 \text{ mL.min}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- Formule de Hawley : $\text{VO}_2\text{max} = \frac{(0,01141 \times P_{\text{MA}} + 0,435) \times 1000}{M}$ où P_{MA} est la puissance maximale aérobie exprimée en W, M la masse du cycliste exprimée en kg et VO_2max est la capacité exprimée en $\text{mL.min}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- Circonférence des roues : 2155 mm
- Choix de la transmission :
 - N_1 : nombre de dents du plateau ; N_2 : nombre de dents du pignon
 - sur route horizontale : $N_1 = 54$ et $N_2 = 16$
 - en montée : $N_1 = 34$ et $N_2 = 28$



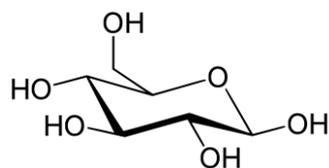
- Le développement est la distance parcourue par le cycliste à chaque tour de pédale
- Tableau des développements en fonction des choix des pignons et des plateaux :*

		Nombre de dents du pignon (N_2)										
		12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
Nombre de dents du plateau (N_1)	30	5,39	4,62	4,04	3,59	3,23	2,94	2,69	2,49	2,31	2,16	2,02
	32	5,75	4,93	4,31	3,83	3,45	3,13	2,87	2,65	2,46	2,3	2,16
	34	6,11	5,23	4,58	4,07	3,66	3,33	3,05	2,82	2,62	2,44	2,29
	36	6,47	5,54	4,85	4,31	3,88	3,53	3,23	2,98	2,77	2,59	2,42
	38	6,82	5,85	5,12	4,55	4,09	3,72	3,41	3,15	2,92	2,73	2,56
	40	7,18	6,16	5,39	4,79	4,31	3,92	3,59	3,32	3,08	2,87	2,69
	42	7,54	6,47	5,66	5,03	4,53	4,11	3,77	3,48	3,23	3,02	2,83
	44	7,9	6,77	5,93	5,27	4,74	4,31	3,95	3,65	3,39	3,16	2,96
	46	8,26	7,08	6,2	5,51	4,96	4,51	4,13	3,81	3,54	3,3	3,1
	48	8,62	7,39	6,47	5,75	5,17	4,7	4,31	3,98	3,69	3,45	3,23
	50	8,98	7,7	6,73	5,99	5,39	4,9	4,49	4,14	3,85	3,59	3,37
	52	9,34	8	7	6,23	5,6	5,09	4,67	4,31	4	3,74	3,5
	54	9,7	8,31	7,27	6,47	5,82	5,29	4,85	4,48	4,16	3,88	3,64
56	10,06	8,62	7,54	6,7	6,03	5,49	5,03	4,64	4,31	4,02	3,77	
58	10,42	8,93	7,81	6,94	6,25	5,68	5,21	4,81	4,46	4,17	3,91	
60	10,78	9,24	8,08	7,18	6,47	5,88	5,39	4,97	4,62	4,31	4,04	

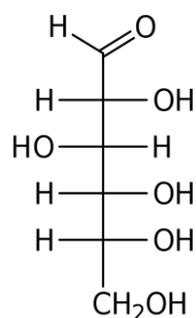


Développement (m) = $(N_1/N_2) \times$ circonférence de la roue (m)

Document 2 : Le glucose et ses différents isomères

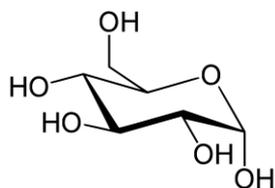


Une forme cyclique du glucose

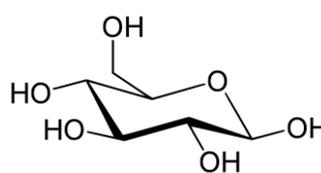


Une forme linéaire du glucose

Le D-glucopyranose, forme cyclique possible du glucose, peut se présenter sous la forme de deux molécules différentes :



α -D-glucopyranose



β -D-glucopyranose

Document 3 : Équation du dosage du glucose par la liqueur de Fehling

Préparation de la liqueur de Fehling :

- Solution A : 40 g de $(\text{CuSO}_4, 5 \text{H}_2\text{O})$ pour 1,0 L d'eau distillée.
- Solution B : 200 g de sel de Seignette (tartrate de sodium et de potassium) + 150 g de soude dans 1,0 L d'eau distillée.
- Mélanger à volume égal la solution A et la solution B.

$$M(\text{Cu}) = 63,5 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$M(\text{CuSO}_4, 5 \text{H}_2\text{O}) = 249,7 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$M(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6) = 180,1 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$$

Équation du dosage :



T^{2-} représente l'ion tartrate $\text{C}_4\text{H}_4\text{O}_6^{2-}$ et CuT_2^{2-} représente le complexe de cuivre (II) formé avec cet ion dans la liqueur de Fehling.

Document 4 : Dosage du glucose dans une boisson pour sportifs



DECLARATION NUTRITIONNELLE		
POUR :	100ml	250ml (C*)
Energie :	71kJ	178kJ
	17kcal	43kcal (20)
Glucides :	3.9g	10g (40)
dont sucres :	3.9g	10g (110)
Sel :	0.13g	0.33g (50)

VITAMINES ET MINERAUX		
POUR :	100ml (C**)	250ml (C**)
Vitamine B6 :	0.11mg (7.5)	0.28mg (190)
Sodium :	50mg	125mg

Quantités négligeables de matières grasses, acides gras saturés, protéines.

Les boissons dites isotoniques ont une formulation destinée à compléter les besoins des sportifs durant l'effort. Elles sont riches en sodium pour compenser les pertes par sudation et en sucre, le principal combustible permettant aux muscles de fonctionner.

Contrairement aux sodas qui utilisent du saccharose (comme les sucres en morceaux) et du fructose (le sucre présent dans les fruits), les boissons isotoniques contiennent du glucose, car il peut être immédiatement utilisé par l'organisme à l'inverse des deux autres sucres qui doivent être transformés en glucose.



Corrosif



Dangereux pour l'environnement

Liquueur de Fehling

La liqueur de Fehling est un produit contenant des ions cuivre (II), d'où sa couleur bleue. En présence de glucose, ces ions se transforment en oxyde de cuivre (I), ce qui explique l'apparition d'un précipité rouge et la disparition progressive de la couleur bleue.

Lorsque la phase aqueuse est devenue transparente, on peut considérer que tous les ions cuivre (II) ont été transformés.

On dispose d'une solution de glucose de référence S_{ref} de concentration en masse $C_m = 4,0 \text{ g.L}^{-1}$.

Le protocole se décompose en deux phases :

1 - Recherche du volume de solution de glucose S_{ref} nécessaire pour faire réagir tous les ions cuivre (II) d'un volume donné de liqueur de Fehling.

- Rincer, puis remplir la burette de solution S_{ref} .
- Prélever 10 mL de liqueur de Fehling à l'aide de la pipette jaugée et l'introduire dans l'erlenmeyer.
- Ajouter le barreau aimanté, démarrer le chauffage et l'agitation et maintenir la température à 90°C .
- Lorsque la solution est chaude, ajouter 1 à 2 mL du contenu de la burette et attendre que la réaction démarre, la couleur rouge apparaît.
- Verser mL par mL (afin que le glucose ait le temps de réagir) jusqu'à ce que la couleur bleue disparaisse.
- Noter le volume versé V_{eq1} .

2 - Dosage de la solution isotonique diluée.

- Diluer 10 fois la solution isotonique S_0 . On obtient la solution isotonique diluée S_1 .
- Refaire la démarche précédente avec la solution S_1 .
- Noter le volume V_{eq2} .

V_{eq1} et V_{eq2} correspondent aux volumes nécessaires pour faire réagir la même quantité de réactif présent dans un volume V de liqueur de Fehling.

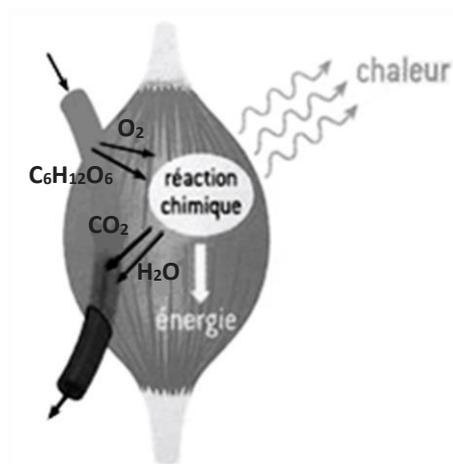
Document 5 : Deux processus à l'œuvre lors d'un effort physique

Le glucose, $C_6H_{12}O_6$, issu de la digestion des aliments est la principale source d'énergie des cellules. Lors d'un effort, l'énergie est obtenue par sa dégradation dans le processus de respiration cellulaire.

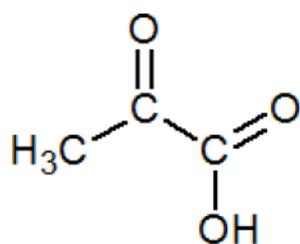
Deux mécanismes principaux sont à l'œuvre en fonction de l'effort à fournir. Ils provoquent tous deux une élévation de la température corporelle.

Le processus aérobie intervient dans la pratique des sports d'endurance. Ce processus libère de l'eau, du dioxyde de carbone et beaucoup d'énergie, mais il est limité par la capacité de l'organisme à fournir du dioxygène.

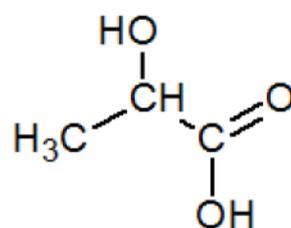
Le processus anaérobie est, quant à lui, mobilisé lors d'un effort intense sur une durée plus faible. L'oxygène est en défaut, le glucose est alors principalement dégradé en acide pyruvique, qui est lui-même transformé en acide lactique. Si l'effort se poursuit trop longtemps l'acide lactique s'accumule dans les muscles, ce qui peut alors provoquer des crampes.



Source : Hélium, physique-chimie 2nde, éd. Hatier



Acide pyruvique



Acide lactique

Enthalpies standard de formation à 298 K et masses molaires moléculaires :

	$O_2(g)$	$CO_2(g)$	$H_2O(l)$	$C_6H_{12}O_6(s)$
$\Delta_f H^\circ$ (kJ.mol ⁻¹)	0	-393,5	-285,1	-1274
M (g.mol ⁻¹)	32	44	18	180

Document 6 : pH du sang

Le sang est constitué d'un liquide plasmatique qui peut être assimilé à une solution aqueuse ionique dont le pH est quasiment constant et voisin de 7 et cette valeur est d'une grande constance, car le sang contient plusieurs espèces chimiques susceptibles de réguler son pH, en particulier :

- l'hémoglobine acide, notée HbH, responsable du transport de l'oxygène ;
- l'ion hydrogénocarbonate HCO_3^- responsable du transport du dioxyde de carbone.

Données :

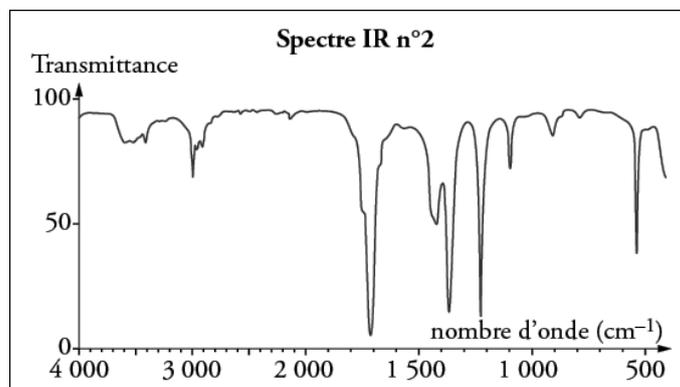
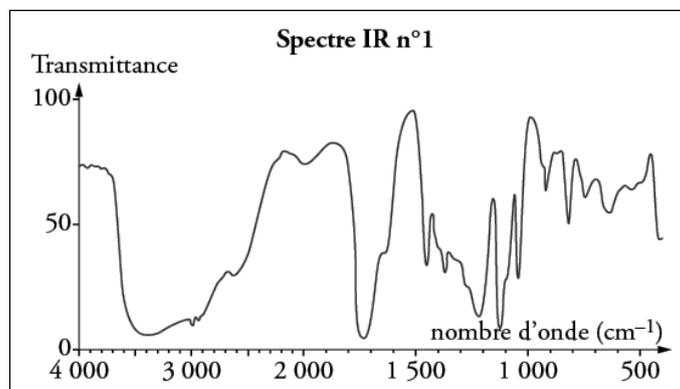
- Couple acide lactique/ion lactate, noté HA/A⁻ : pKa = 3,9 ;
- Couple HbH/ Hb⁻ : pKa = 7,8 ;
- En solution aqueuse, l'acide carbonique H_2CO_3 est un diacide :
 - o $\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-$: pKa₁ = 6,4
 - o $\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$: pKa₂ = 10,3
- Valeurs des concentrations en HCO_3^- dans le sang comprises entre 22 et 27 mmol/L.

Document 7 : Documents relatifs à la spectroscopie infrarouge

Bandes d'absorption en spectroscopie IR :

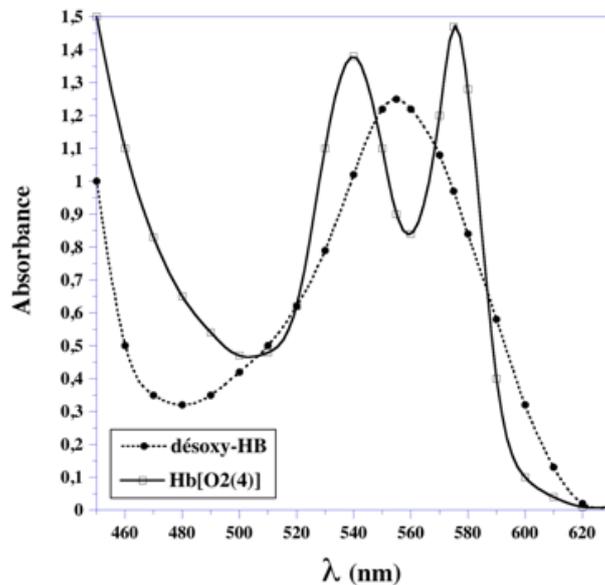
Liaison	C – C	C = O	O – H (acide carboxylique)	C – H	O – H (alcool)
Nombre d'onde (cm ⁻¹)	1 000-1 250	1 700-1 800	2 500-3 200	2 800-3 000	3 200-3 700

Exemples de spectres d'absorption :

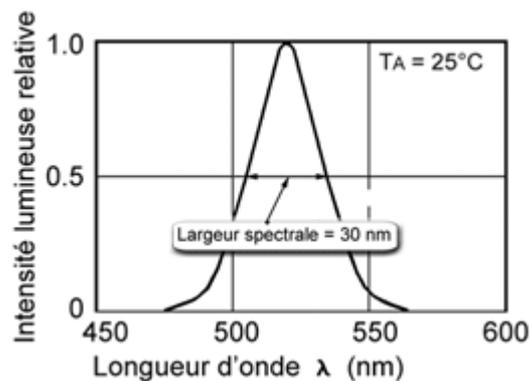


Document 8 : Spectres de l'hémoglobine et caractéristiques d'une led

Spectres d'absorption des deux principales variétés d'hémoglobine (molécules responsables de la couleur rouge du sang) :



Courbe de réponse d'une led « verte » :



Tension de seuil de différentes leds :

Symbol	Parameter	Color	Min.	Typ.	Max.	Units
V _F	Forward Voltage	HER/Orange		1.9	2.4	V
		Yellow		2.0	2.4	
		Green		2.1	2.7	

Autres données :

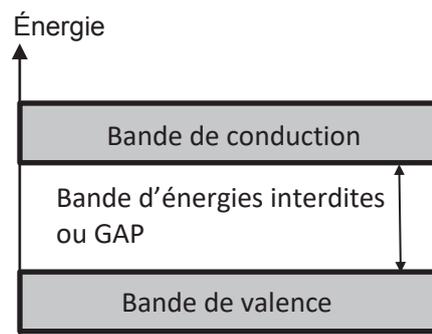
Constante de Planck : $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$

Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}$

Vitesse de la lumière : $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

Charge de l'électron : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

1,0 eV = $1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$



Document 9 : Données sur la photodiode et son conditionnement

Caractéristiques de la photodiode BPW34 Osram à 25°C :

Parameter		Symbol	Values	Unit
Spectral sensitivity ($V_R = 5\text{ V}$, standard light A, $T = 2856\text{ K}$)	(typ)	S	80	nA/lx
Photocurrent ($E_v = 1000\text{ lx}$, Std. Light A, $V_R = 5\text{ V}$)	(typ (min))	I_p	80 (≥ 50)	μA
Wavelength of max. sensitivity	(typ)	$\lambda_{S\text{ max}}$	850	nm
Dimensions of radiant sensitive area	(typ)	L x W	2.65 x 2.65	mm x mm
Dark current ($V_R = 10\text{ V}$)	(typ (max))	I_R	2 (≤ 30)	nA
Quantum yield of the chip ($\lambda = 850\text{ nm}$)	(typ)	η	0.90	Electrons / Photon

Modèle mathématique de la caractéristique courant-tension d'une photodiode :

$$I = I_R \left[\exp\left(\frac{eU}{k_B T}\right) - 1 \right] - I_p$$

I_R : courant d'obscurité (dark current)

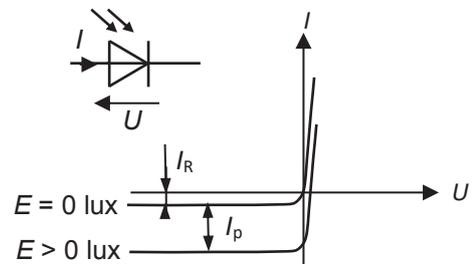
I_p : courant photonique (photocurrent)

T : température en Kelvin (K)

I_R et I_p sont comptés positivement.

I_p est proportionnel à l'éclairement.

Convention récepteur et caractéristique



Capteur ampèremètre pour système ExAO :



Calibres : 0/20 mA et 0/50 mA (sélection en façade).

Réglage du zéro (accessible par tournevis).

Résolution : 0,02 mA et 0,05 mA.

Précision :

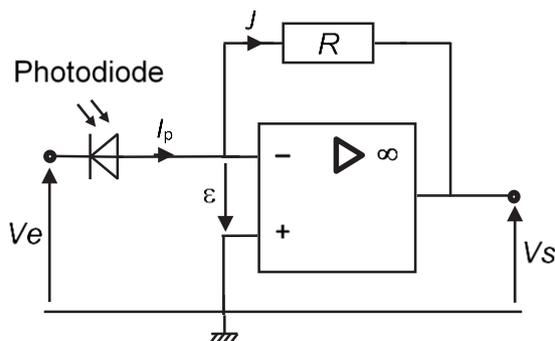
0/20 mA : 1% de la mesure $\pm 0,04\text{ mA}$.

0/50 mA : 1% de la mesure $\pm 0,1\text{ mA}$.

Bande passante : 14 kHz.

Protection : fusible réarmable 0,5 A et diode.

Circuit convertisseur courant-tension pour le conditionnement de la photodiode :



Les faibles courants fournis par les photodiodes (quelques picoampères à quelques microampères) ne sont pas directement exploitables. Le montage ci-contre permet l'amplification et la conversion en tension et donc facilite l'affichage du signal.

L'amplificateur opérationnel est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire.

TRAVAIL À RÉALISER PAR LE CANDIDAT

Partie A – Vitesse et cadence d'un cycliste lors d'un entraînement

Dans un sport d'endurance, comme le cyclisme, les principaux indicateurs de la performance sont la consommation maximale d'oxygène utilisée lors d'un effort intense, caractérisée par la capacité $VO_2\text{max}$, et la puissance maximale dite « aérobique », notée P_{MA} . La capacité $VO_2\text{max}$ est une limite : elle correspond au volume maximum de dioxygène consommé par unité de temps et par unité de masse corporelle ; elle s'exprime en $\text{mL}\cdot\text{min}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$. La puissance maximale aérobique P_{MA} peut être déterminée à partir de la valeur de $VO_2\text{max}$ grâce à la formule empirique de Hawley (fournie dans le **document 1**).

Lors d'un entraînement très intense, et après échauffement, le sportif choisit de développer une puissance P_{MS} à la limite d'un seuil qui équivaut environ à 85 % de la P_{MA} . Au-delà de cette valeur, le cycliste travaille en zone dite "anaérobie" ; il s'épuise très rapidement et récupère plus lentement.

Cette partie consiste à déterminer les vitesses d'un cycliste au seuil anaérobie dans deux situations : sur un sol plat, puis lors de l'ascension d'un col de pente moyenne 10 %. Ces deux valeurs de vitesses sont calculées à partir de la puissance développée et des constantes données dans le **document 1**.

Pour modéliser ces deux situations, on assimilera le système « vélo + cycliste » à un point matériel (son centre de gravité G). On admettra que le couple moteur exercé par le cycliste au niveau des pédales se traduit par une force motrice parallèle au déplacement, notée \vec{F}_m et d'intensité F_m , appliquée à ce système.

Deux types de frottements sont considérés :

- les forces de résistance dues à l'air, notées \vec{F}_{air} ;
- les forces de résistance au roulement, notées \vec{F}_r .

Les roues ne glissent pas et la vitesse du vent est négligeable.

1. Définir la puissance d'une force et exprimer la relation entre la puissance motrice P_m , la force motrice \vec{F}_m et la vitesse \vec{v} du cycliste. Indiquer les unités des grandeurs en jeu.
2. Le cycliste roule sur un terrain horizontal. Représenter sur votre copie, au niveau du centre de gravité G du système « vélo + cycliste », les forces suivantes : le poids \vec{P} de l'ensemble, la réaction normale du sol \vec{R}_N , les forces de frottement, ainsi que la force motrice \vec{F}_m .
3. À partir de la deuxième loi de Newton, exprimer littéralement F_m en fonction notamment de la vitesse v lorsque le cycliste roule à vitesse constante sur un terrain horizontal.
4. En déduire une expression littérale de la puissance P_m développée par le cycliste en fonction de la vitesse v et des constantes fournies.
5. Montrer, à l'aide de la formule donnée dans le **document 1**, que la puissance maximale développée par le cycliste au seuil anaérobie, notée P_{MS} , vaut 0,26 kW.
6. On donne, dans le **document réponse partie physique-chimie 1**, la courbe correspondant à la puissance motrice développée en fonction de la vitesse v , sur route horizontale. Déterminer graphiquement la valeur v_1 de la vitesse, pour la puissance de seuil anaérobie P_{MS} de ce cycliste. Mettre en évidence votre tracé sur le **document réponse partie physique-chimie 1** pour montrer votre méthode et justifier que les frottements de l'air ne peuvent être négligés dans ce modèle.

7. Le cycliste aborde désormais l'ascension sur une route inclinée d'un angle α avec l'horizontale. Donner la nouvelle expression de F_m dans cette situation et montrer que la puissance développée par le cycliste devient $P_m = k_a v^3 + (M + m)(C_r + \sin\alpha)gv$.
8. Déterminer la valeur de la vitesse v_2 pour la puissance au seuil anaérobie P_{MS} pour une montée avec une pente à 10 %, c'est-à-dire une élévation de 10 m pour un déplacement de 100 m à l'horizontale. On pourra s'appuyer sur le graphe précédent en modifiant la courbe en conséquence, ou bien utiliser une calculatrice.
9. Exprimer v_1 et v_2 en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$, arrondies au $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ près, et commenter les résultats.
10. On admet que, sur route horizontale, la vitesse du cycliste est voisine de $v = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Déterminer le nombre de tours de pédales par minute (appelée cadence) que doit respecter le cycliste pour obtenir cette vitesse avec le développement choisi dans le **document 1** (taille du plateau et taille du pignon). On pourra s'appuyer sur la relation suivante :

$$\text{vitesse (m}\cdot\text{min}^{-1}) = \text{cadence (tr}\cdot\text{min}^{-1}) \times \text{développement (m)}.$$
11. À puissance constante, justifier l'intérêt de faire varier le rapport N_1/N_2 lors de la montée.

Partie B : Le glucose, une source essentielle d'énergie

Lors de la pratique d'un sport, l'énergie nécessaire à l'organisme est introduite au niveau cellulaire par des transformations chimiques mettant en jeu le glucose. Le glucose existe sous différentes formes, la forme cyclique étant la plus courante (voir **document 2**).

Partie B-1 : Les molécules de glucose

12. Donner la définition d'un isomère.
13. Déterminer le nombre de carbones asymétriques dans la molécule de glucose de forme cyclique (D-glucopyranose).
14. Préciser ce qui différencie les deux isomères α et β du D-glucopyranose. Préciser à quel type d'isomérisation correspondent ces deux formes représentées dans le **document 2**.
15. Préciser comment sont polarisées les liaisons O-H dans cette molécule. Proposer une structure de Lewis pour cette dernière.
16. Le glucose est très soluble dans l'eau ($900 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$), ce qui permet le transport par le sang ; en effet, celui-ci est constitué à 90 % d'eau. En analysant la structure de la molécule, donner une explication de cette solubilité élevée du glucose dans l'eau.

Partie B-2 : Le dosage d'une solution de glucose par la liqueur de Fehling

17. Expliquer le principe général d'un dosage par comparaison évoqué dans le **document 4**.
18. Compléter le schéma du dosage en plaçant les légendes sur le **document réponse partie physique-chimie 2** (nommer le matériel et les réactifs utilisés).
19. Compte-tenu des pictogrammes de sécurité de la liqueur de Fehling, préciser les mesures de sécurité particulières à prendre.
20. Proposer un intérêt possible du chauffage lors de ce dosage.

21. À partir de l'équation du dosage et des données fournies (**document 3**), déterminer la relation à l'équivalence entre la quantité de glucose versé et la quantité d'ions cuivre (II) consommés, et en déduire la valeur de la quantité de glucose nécessaire pour faire réagir tous les ions cuivre (II).
22. Déterminer les valeurs attendues de V_{eq1} et V_{eq2} pour les deux étapes de ce dosage.

Partie B-3 : L'assimilation du glucose dans le corps

On cherche à déterminer l'énergie « récupérable » par la dégradation du glucose de la boisson du **document 4**. On modélise cette dégradation par une équation de réaction (E) où du dioxygène gazeux, avec le coefficient stœchiométrique unité, réagit avec le glucose solide pour former du dioxyde de carbone gazeux et de l'eau liquide.

23. Écrire cette équation de réaction (E). En s'aidant du **document 5**, préciser à quel processus biologique elle correspond.
24. Déterminer l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H^\circ$ à 298 K associée à (E), à partir des enthalpies standard de formation et des coefficients stœchiométriques algébrisés selon la formule :

$$\Delta_r H^\circ(T) = \sum_i \nu_i \times \Delta_f H^\circ_i(T)$$

25. Déterminer l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G^\circ$ à 298 K associée à (E) sachant que $\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T\Delta_r S^\circ$ avec $\Delta_r S^\circ = +259 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.
26. On suppose que l'énergie « récupérable » par unité de quantité de matière en glucose dégradé est l'enthalpie libre standard de réaction précédente associée à (E). En déduire l'énergie « récupérable » correspondant aux 100 mL de la boisson du **document 4**. Comparer la valeur obtenue avec celle de 71 kJ indiquée sur l'étiquette pour 100 mL.

Partie C : La production d'acide lactique et la régulation du pH sanguin lors d'un effort intense

Une revue scientifique mentionne que le processus anaérobie associé à un effort intense engendre une production d'acide pyruvique, puis d'acide lactique. Le bilan de la transformation peut être exprimé par l'équation de réaction suivante :



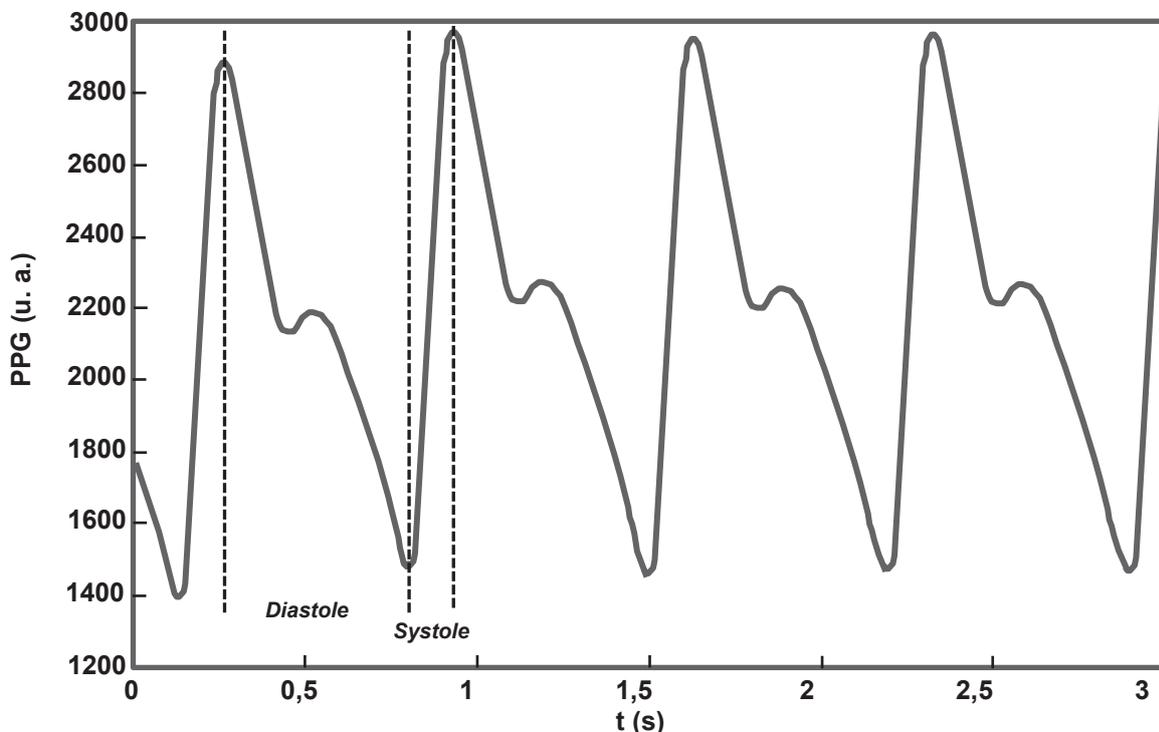
27. On admet que l'enthalpie libre standard de réaction $\Delta_r G^\circ$ pour la dégradation aérobie du glucose est approximativement de -3 MJ.mol^{-1} . Commenter la différence entre cette valeur de $\Delta_r G^\circ$ et celle donnée ci-dessus entre parenthèses.
28. Préciser quels sont les groupes caractéristiques présents dans la molécule d'acide lactique et donner les familles chimiques associées à chacun d'eux.
29. Écrire l'équation de la réaction de l'acide lactique sur l'eau et justifier que l'acide lactique produit peut contribuer à acidifier le sang.
30. En s'appuyant sur le **document 6**, indiquer l'espèce prépondérante (acide lactique ou ion lactate) dans le sang pour un pH de 7,4.
31. Calculer le rapport $[\text{H}_2\text{CO}_3]/[\text{HCO}_3^-]$ dans le sang à pH = 7,4.

32. Après un effort intense, l'acide lactique produit s'accumule dans le sang et n'entraîne pas de diminution de son pH. En s'appuyant sur le **document 6**, indiquer quelles sont les espèces présentes dans le sang susceptibles de réagir avec l'acide lactique produit lors de l'effort.
33. Écrire l'équation de la réaction entre l'ion hydrogencarbonate et l'acide lactique et déterminer la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre K_r° associée.
34. Lorsque la concentration en ion lactate dans le sang évolue de 2 mmol.L^{-1} à 4 mmol.L^{-1} , préciser comment évoluerait la concentration en ion hydrogencarbonate. Montrer que la réaction proposée à la question précédente, à elle seule, ne permet pas de maintenir un pH constant.
35. L'acide lactique dans le sang peut être détecté par spectroscopie IR. Parmi les deux spectres IR du **document 7**, choisir celui correspondant à l'acide lactique en explicitant votre raisonnement.
36. Expliquer succinctement le phénomène physique associé à l'absorption observée à certaines fréquences.

Partie D : Une montre connectée pour mesurer le rythme cardiaque

Une montre connectée permet de mesurer les variations du flux sanguin périphérique. Elle est dotée d'un émetteur (led) et d'un récepteur (photodiode). Ce type de mesure est appelé photopléthysmographie (PPG). Un exemple de signal est fourni ci-dessous. L'objectif de cette partie est de comprendre le principe de cette mesure.

Exemple de signal PPG :



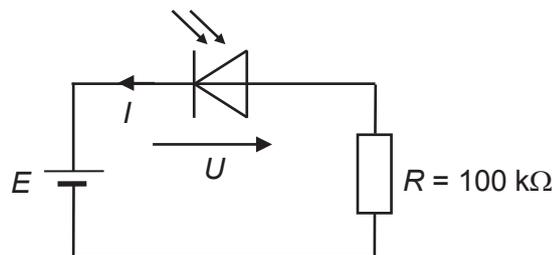
37. Justifier l'utilisation d'une led de couleur verte dans les cardiofréquencemètres en s'appuyant sur les deux spectres de l'hémoglobine fournis dans le **document 8**.
38. Expliquer, en 10 lignes maximum, le principe d'émission d'une diode électroluminescente.

39. Pour la longueur d'onde correspondant au pic d'émission de la led verte étudiée ($\lambda = 525 \text{ nm}$), déterminer l'énergie des photons associés. Dans cette situation, en déduire la largeur de la bande interdite E_g en eV. Vérifier la cohérence de cette valeur avec la tension de seuil fournie dans les documents techniques.

On cherche à détecter un rayonnement émis par une lumière verte analogue à celle de la led, à l'aide d'une photodiode dont les caractéristiques techniques sont fournies dans le **document 9**.

40. À partir des caractéristiques techniques de la photodiode, indiquer quelle grandeur permet d'accéder à la mesure de l'éclairement et expliquer pourquoi il n'est pas possible d'utiliser l'ampèremètre ExAO pour réaliser cette mesure.
41. Sur le **document réponse partie physique-chimie 3** présentant les caractéristiques de la photodiode pour deux valeurs d'éclairements, tracer l'allure de la caractéristique pour un éclairement de 400 lx. Justifier.
42. Calculer la sensibilité S de la photodiode en nA.lx^{-1} pour la longueur d'onde utilisée et comparer avec celle affichée par le constructeur.
43. Calculer le flux lumineux Φ , en lumen, reçu par la photodiode sous un éclairement de 400 lx. On rappelle que l'éclairement en lux est le flux exprimé en lumen par unité de surface.

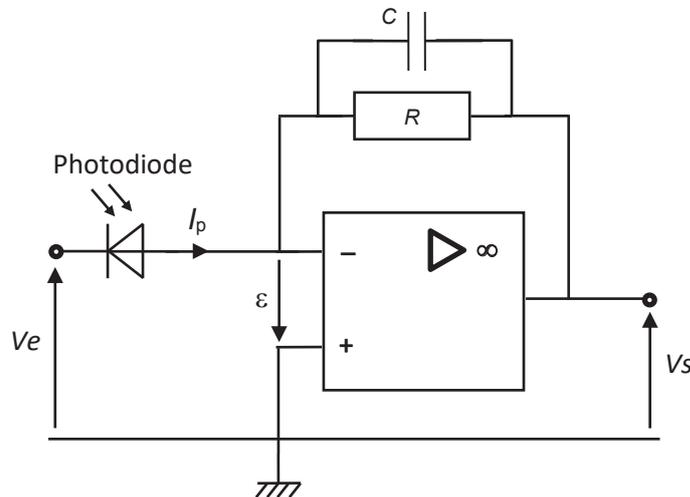
On considère le montage suivant :



On utilise une alimentation continue et stabilisée de 5 V, la photodiode est polarisée en inverse et on considère un éclairement de 400 lx.

44. Déterminer les coordonnées du point de fonctionnement ($U; I$) sur le **document réponse partie physique-chimie 3** lorsque $E = 5 \text{ V}$ et $R = 100 \text{ k}\Omega$. Détailler votre méthode.
45. Déterminer la valeur maximum R_{max} de R qui peut être utilisée pour ce montage sous 400 lx avec la photodiode polarisée en inverse.
46. Le modèle mathématique, dans le **document 9**, fournit l'expression du courant dans une photodiode en fonction notamment du courant d'obscurité. Déterminer la valeur du courant d'obscurité I_R en utilisant le point de coordonnées (0,2 V ; 0 mA) de la caractéristique à 200 lx et montrer que cette valeur est trop faible pour être observable graphiquement.
47. Aux faibles valeurs d'éclairement, pour que le courant I_p fourni par la photodiode soit exploitable, on utilise le montage du **document 9** comportant un amplificateur opérationnel. Rappeler les valeurs de la tension différentielle ε et des courants aux entrées inverseuse (i-) et non inverseuse (i+) dans le cas d'un amplificateur idéal en régime linéaire.

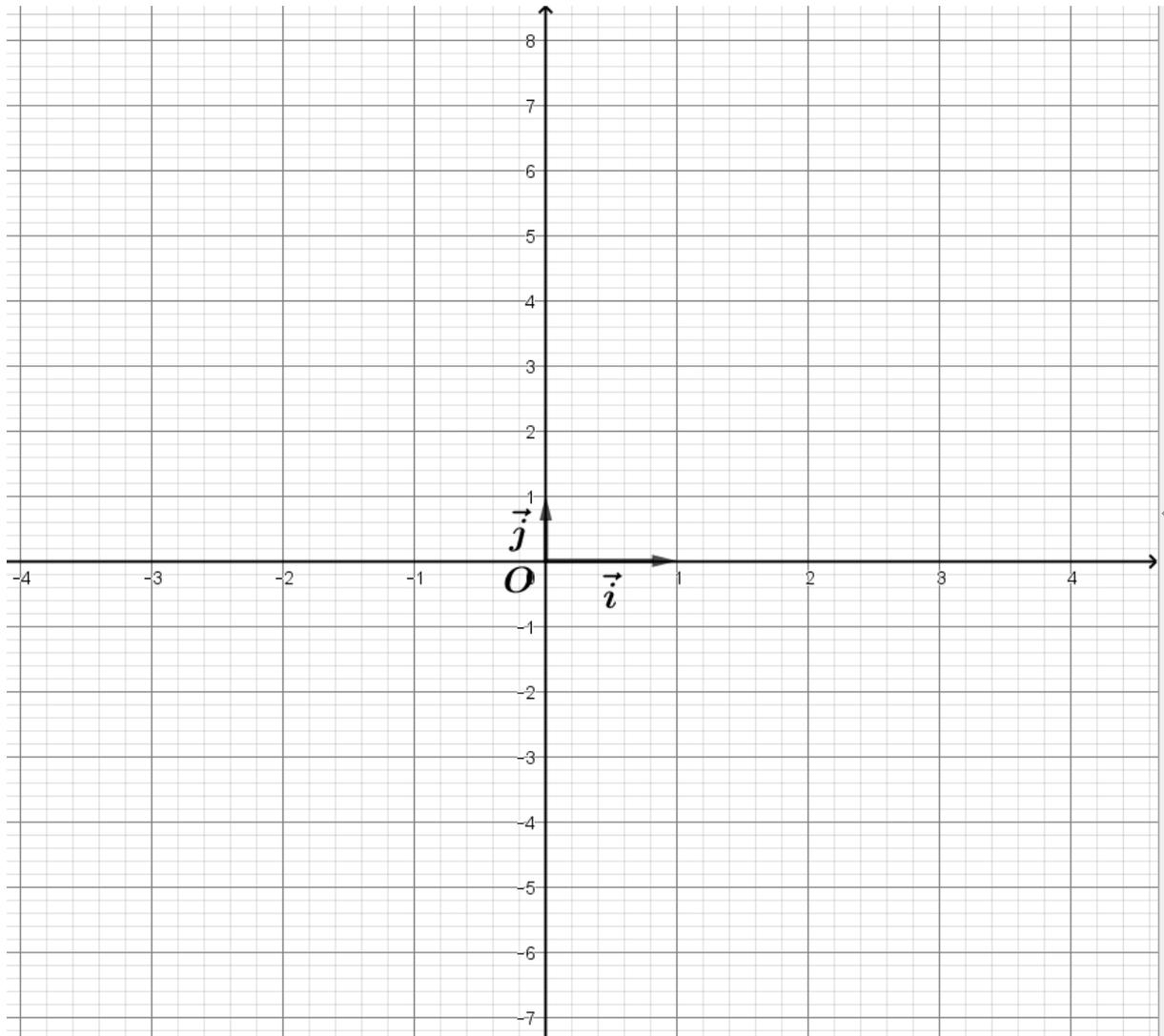
48. Dans ce montage, on note J le courant traversant la résistance. Donner la relation entre I_p et J et exprimer la tension de sortie en fonction de I_p .
49. Afin d'éliminer certaines fréquences jugées parasites à la bonne analyse du signal PPG, un condensateur de capacité C est associé en dérivation avec la résistance R (voir la figure suivante). Établir l'expression de l'impédance complexe Z caractérisant ce nouveau montage amplificateur. En déduire la nature du filtre du premier ordre ainsi obtenu.



50. Calculer la fréquence de coupure f_c à -3 dB du filtre pour $C = 330$ nF et $R = 100$ k Ω puis indiquer, justification à l'appui, si ces valeurs sont adaptées au signal PPG présenté au début de cette partie.

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

DOCUMENT RÉPONSE PARTIE MATHÉMATIQUES

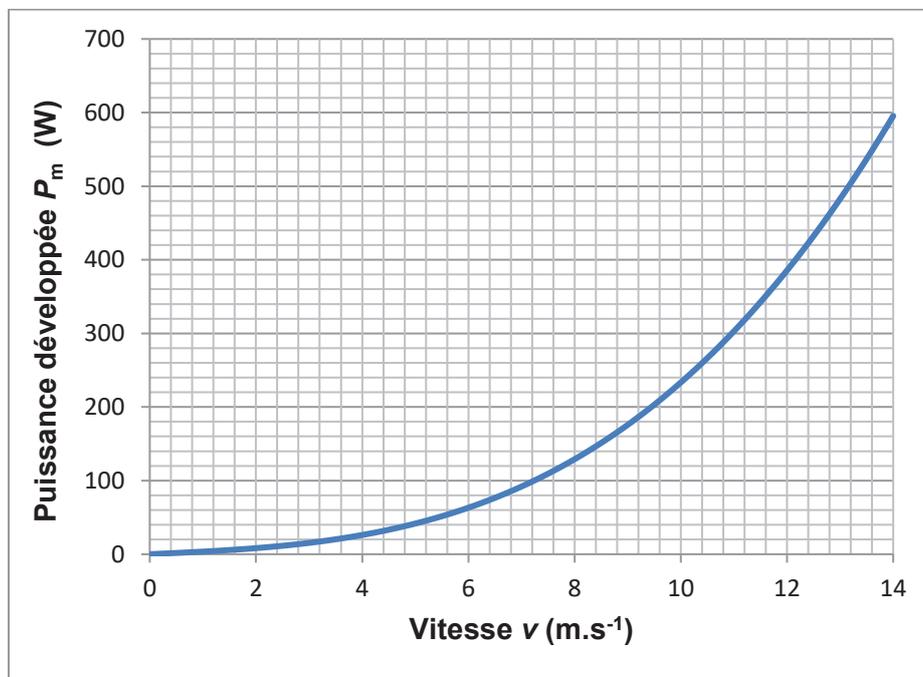


NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

DOCUMENTS RÉPONSES PARTIE PHYSIQUE-CHIMIE

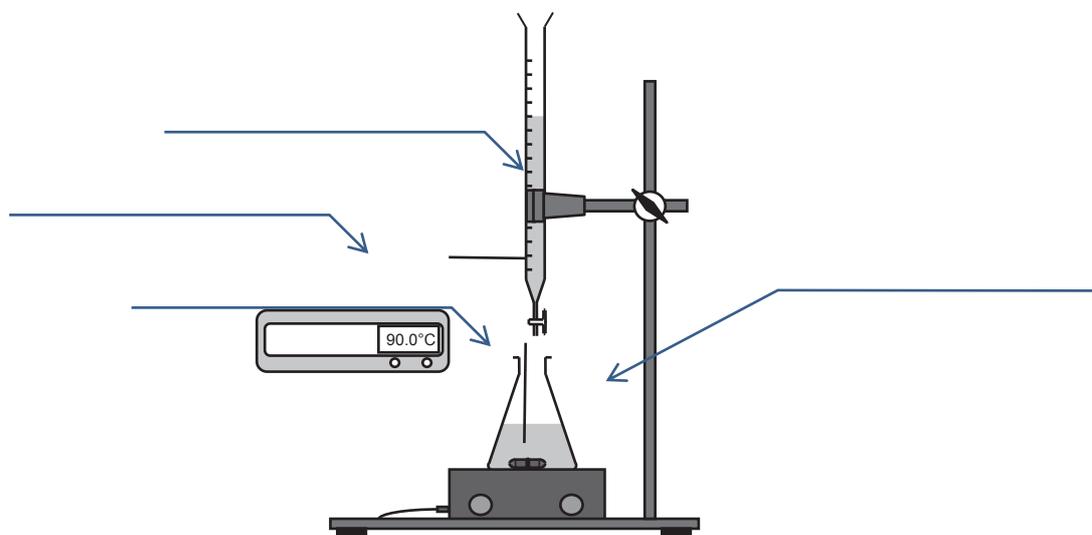
Document réponse partie physique-chimie 1

Puissance développée P_m en fonction de la vitesse v du cycliste pour un mouvement rectiligne uniforme et horizontal (question 6.)



Document réponse partie physique-chimie 2

Schéma du dosage à légénder (question 18.)



Document réponse partie physique-chimie 3

Caractéristique d'une photodiode (questions 41. et 44.)

